

UNIVERSIDAD COMPLUTENSE DE MADRID
FACULTAD DE FILOSOFÍA Y LETRAS
Departamento de Psicología.



TESIS DOCTORAL

**Estudio de algunos procesos perceptivos en el sistema visual
del gato**

MEMORIA PARA OPTAR AL GRADO DE DOCTOR
PRESENTADA POR

Vicente Sierra Vázquez

Madrid, 2015

Vicente Sierra Vázquez

TP
1980
107



* 5 3 0 9 8 5 3 7 7 9 *
UNIVERSIDAD COMPLUTENSE

X-52-006-11-2

ESTUDIO DE ALGUNOS PROCESOS PERCEPTIVOS EN EL SISTEMA
VISUAL DEL GATO

Departamento de Psicología
Facultad de Filosofía y Ciencias de la Educación
Universidad Complutense de Madrid
1980



BIBLIOTECA

© Vicente Sierra Vazquez
Edita e imprime la Editorial de la Universidad
Complutense de Madrid. Servicio de Reprografía
Noviciado, 3 Madrid-8
Madrid, 1980
Xerox 9200 XB 480
Depósito Legal: M-23106-1980

**ESTUDIO DE ALGUNOS PROCESOS PERCEPTIVOS
EN EL SISTEMA VISUAL DEL GATO.**

Trabajo presentado por Vicente
Sierra Vázquez para la obtención
del grado de Doctor en Psicolo--
gía en la Universidad Compluten-
se de Madrid. Dirigido por el Ca-
tedrático Dr. don José Luis Pini-
llos Díaz.

Madrid, enero 1979.

Agradecimiento.

Mi sincero agradecimiento a las siguientes personas:

Dr. don José Luis Pinillos, que dirigió esta investigación.
Dr. don Luis Jañez Escalada y Dr. don Juan Santa Cruz Silvano, que amablemente escucharon, leyeron y criticaron las primeras redacciones de este trabajo. El Dr. Jañez es el autor del programa utilizado para llevar a cabo la simulación.

Don José Sánchez Perez, que contribuyó a la puesta a punto del programa y a la rapidez en la obtención de resultados.
Don Antonio Lamas Pládena, que colaboró estrechamente conmigo en el desarrollo de la labor experimental.

Finalmente, mi agradecimiento también a las autoridades académicas de la Facultad de F. y CCEE-Psicología que permitieron que la labor experimental fuera llevada a cabo en los locales de la propia facultad.

A la vez que reitero mi agradecimiento deseo indicar que la responsabilidad del trabajo es sólo mía.

INDICE.-

	<u>Página</u>
1.Introducción.	1
2.El problema y la tesis.	4
2.1.Reconocimiento de patrones por animales.	5
2.2.Reconocimiento(detección y clasificación).	9
2.3.Un modelo de funcionamiento del cerebro.	11
2.4.El problema.	17
2.4.Predicción experimental.	21
3.Teoría.	23
3.1.Perceptrones de Minsky y Papert(1969).	24
3.1.1.Definición.	24
3.1.2.Orden de un perceptrón.	28
3.1.3.Definición de mask.	28
3.1.4.Familias de perceptrones.	29
3.1.5.Predicados de orden finito.	29
3.2.Máquinas que aprenden	30
3.2.1.Funciones discriminantes.	30
3.2.2.Funciones discriminantes lineales.	32
3.2.3.Función de umbral y unidad lógica de umbral.	34
3.2.4. ϕ -funciones y ϕ -máquinas.	37
3.2.4.1.Definición.	37
3.2.4.2.Funcionamiento.	38
3.2.5.Máquina con niveles(Layered machine o L-máquina)	39
3.2.5.1.Definición.	39
3.2.5.2.Implementación.	39
3.2.5.3.Funcionamiento.	40
3.2.5.4.Utilización.	41
3.3.Relaciones entre perceptrones y máquinas que aprenden.	42
3.3.A.Perceptrones en general.	42
3.3.B.Perceptrones de orden finito.	45

Página

3.3.C.Perceptrones de diámetro limitado.47
3.4.Un teorema para perceptrones de diámetro limitado..	.50
3.4.1.Definiciones.50
3.4.2.Demostración.50
3.5.Método de entrenamiento no paramétrico para máquinas lineales.55
3.6.Teorema de convergencia del entrenamiento por correc- ción del error o teorema de convergencia del percep- trón.61
3.7.Discusión.62
4.Un modelo del sistema visual del gato para el reconoci- miento de patrones visuales.64
4.1.Descripción general del modelo.64
4.1.1.Transductor o retina.65
4.1.2.Selector de rasgos.66
4.1.3.Clasificador.70
4.2.Características.76
4.2.1.Jerarquía de niveles.76
4.2.2.Ausencia de feedback.79
4.2.3.La neurona como TLU.80
4.2.4.La neurona como detector de rasgos.81
4.2.5.Reconocimiento y análisis de rasgos.84
4.2.6.Especificidad de conexiones y modelo determinístico.	.93
4.2.7.Aprendizaje.86
4.2.8.Computación en paralelo y movimiento de los ojos.	.97
4.2.9.Restricciones y ámbito de aplicación.103
5.Realización:El sistema de reconocimiento de patrones como perceptron de diámetro limitado.104
5.1.Transductor.104
5.2.Selector de rasgos.104
5.2.1.Célula ganglionar retineana: g_1105

	<u>Página</u>
5.2.I.1.Características.105
5.2.I.2.Formalización.107
5.2.I.3.Implementación.110
5.2.I.4.Funcionamiento.111
5.2.II.Células del cuerpo geniculado lateral:G ₁115
5.2.II.1.Características.115
5.2.II.2.Formalización.118
5.2.II.3.Implementación y funcionamiento.121
5.2.III.Células de campo simple:S ₁121
5.2.III.1.Características.121
5.2.III.2.Formalización.131
5.2.III.3.Implementación y funcionamiento.136
5.2.IV.Células de campo complejo:C ₁140
5.2.IV.1.Características.140
5.2.IV.2.Formalización, implementación y funcionamiento..	.149
5.2.V.Células de campo hipercomplejo.157
5.2.V.1.Características.157
5.2.V.2.Formalización, implementación y funcionamiento de las células hipercomplejas de orden inferior.163
5.2.VI.Realización de las células hipercomplejas de orden superior.176
5.3.Maquinaria cortical(columnas e hipercolumnas)y modelo integrado del selector de rasgos.182
5.4.Clasificador.190
5.4.1.Células clasificadoras.190
5.4.2.Vectores de input y clasificación.191
5.4.3.Aprendizaje.194
5.5.Predicción experimental.195
6.Simulación.197
6.1.Objetivos.197
6.2.Realización formal de los diversos niveles..197

	<u>Página</u>
6.2.1.Retina.198
6.2.2.Células ganglionares de la retina168
6.2.3. " del cuerpo geniculado lateral.201
6.2.4. " de campo simple.202
6.2.5. " " " complejo.205
6.2.6. " " " hipercomplejo de orden inferior.207
6.2.7. " " " " " superior.209
6.2.8.Vector para cada figura.211
6.3.Figuras proyectadas.211
6.4.Aprendizaje.212
6.5.Programa.213
6.6.Resultados.213
6.7.Discusión.213
7.Experimento.221
Introducción.221
Método: Sujeto.226
Aparato.226
Estímulos.228
Procedimiento.229
Resultados.230
Discusión.231
8.Conclusión.233
Resumen.239
Referencias.242
Apéndice A:Programa.264
Apéndice B:Notación.274

1. Introducción.

El reconocimiento de patrones por sistemas biológicos (animales) entra en el campo de la Psicología sobre todo a partir de los trabajos de N.S. Sutherland en aprendizaje discriminativo y dentro del estudio del procesamiento de la información (Lindsay y Norman, 1978; Neisser, 1967; Reed, 1973; Rumelhart, 1977, entre otros). En el trabajo que se presenta aquí se formula un modelo referido al mecanismo de reconocimiento de patrones visuales por animales (gatos), su simulación mediante un programa de computador y su verificación experimental. El propósito es dilucidar si el perceptrón, que se presentó como un modelo del funcionamiento del S.N. y que dió origen a discusiones en el campo de la psicología y de la inteligencia artificial, es adecuado para formalizar el mecanismo utilizado por los animales para discriminar y clasificar patrones visuales. Desde su presentación por Rosenblatt (1958) como sistema de almacenamiento y recuperación de información que puede explicar las capacidades de los organismos superiores para el reconocimiento perceptivo, el aprendizaje, generalización, memoria y pensamiento, el perceptrón ha sido criticado sobre todo por sus limitaciones referidas al número de conexiones, número de elementos de la retina, etc.; en este trabajo se tienen en cuenta, sin embargo, las limitaciones puestas de manifiesto por Minsky y Papert (1969), es decir, aquellas debidas a su propia estructura y organización que impiden a este tipo de máquinas realizar tareas determinadas, aún a pesar de estar dotadas de capacidad de aprender. Sea o no apropiado el perceptrón, es necesario señalar que se utiliza como modelo representacional, es

decir, como modelo que no se conforma con indicar la relación input-output sino que intenta representar el hipotético mecanismo que actúa sobre el estímulo para dar lugar a la respuesta neural (que puede o no tener correlatos en la conducta manifiesta). El sistema aquí utilizado pertenece a la teoría de redes neurales adaptativas, con capacidad de aprender, que funciona en paralelo y sirve, en este caso, al propósito expresado por Arbib (1975) de construir puentes para salvar el vacío existente entre los estudios comportamentales propios de la Psicología y el estudio de las unidades explicativas en un nivel más profundo (las neuronas) propio de la Neurofisiología, haciendo, además, hincapié más que en la naturaleza de tales unidades, en su organización (Arbib, 1972, 1973). Como modelo representacional, a diferencia de los modelos propios de la Inteligencia Artificial que "clarifican la naturaleza del problema lógico que han de resolver pero que contribuyen poco a comprender cómo el cerebro se organiza para realizar esas funciones" (Block, 1962, p. 124), se apoya en los hallazgos neurofisiológicos en la vía geniculostriada realizados en las dos últimas décadas (por Hubel y Wiesel, principalmente). Y además, se intenta, a partir de él, establecer predicciones comportamentales que puedan ser verificadas experimentalmente. Es éste un modo de trabajar para obtener modelos formales del funcionamiento del sistema nervioso ya que es evidente la necesidad de conocer lo que el sistema biológico es capaz de hacer, puesto que en otro caso la máquina diseñada es irrelevante como modelo explicativo (Hochberg, 1978).

Tres características generales y comunes a otros trabajos en Psicología pueden señalarse para éste:

(i). Se alinea con aquellos estudios que, frente a modelos fenoménicos imperantes (de indudable aplicación inmediata y generadores de tecnología), intentan "abrir la caja", es decir, indagar o inferir que es lo que sucede entre el input y el output (utilizando constructos hipotéticos).

(ii). Está más próximo a lo que Arbib (1975) llama "brain theory" que al campo de la inteligencia artificial, puesto que el propósito, ya mencionado, es explicar cómo un sistema "real" realiza una función (aunque sea simple) más que construir un programa que realice tareas más complejas y con mayor grado de efectividad. La simulación que se realiza sirve fundamentalmente para mostrar la consistencia y viabilidad del modelo y no como programa exclusivo de reconocimiento.

(iii). Se sitúa -el lector juzgará si con provecho- en cuatro frentes fundamentales que han hecho del análisis de patrones visuales su lugar de encuentro: la psicología, la neurofisiología, la teoría matemática de máquinas que aprenden y la simulación mediante computador. La conjunción de los cuatro es postulada como necesaria para el estudio del reconocimiento de patrones (Barlow, Narasimhan y Rosenfeld, 1972).

Finalmente es necesario indicar que este trabajo es una primera aproximación al problema y que como tal, si bien pone en cuestión una estructura determinada utilizada como mecanismo de reconocimiento, abre, a su vez, un conjunto de cuestiones relacionadas con la naturaleza (teórica y empírica) de los mecanismos de clasificación y decisión de los animales superiores.

2. El problema y la tesis.

Este trabajo trata de la estructura del sistema de reconocimiento de patrones visuales (formas presentadas verticalmente) en situaciones de aprendizaje para un animal concreto (gato). Se ha construido un modelo en términos de la teoría de máquinas que aprenden (modelo ampliamente citado en la literatura de reconocimiento de patrones), se ha simulado el modelo mediante un programa de computador y a partir de él se ha establecido una predicción experimental que se pone a prueba. Trata por tanto de un aspecto del reconocimiento de patrones por sistemas biológicos: la estructura del mecanismo por el cual un animal detecta estímulos visuales y elicitó respuestas equivalentes (manifiestas o no) a formas que pertenecen a una clase o subconjunto y respuestas diferentes a formas pertenecientes a clases diferentes. Se ocupa de la naturaleza de lo que Sutherland (1.964a, 1.964b) y Sutherland y McKintosh (1.971) llaman "analizador", pero en absoluto de las variables o demás procesos que intervienen en el llamado aprendizaje discriminativo (variables de las que, en el modelo de Sutherland, depende el encendido del analizador adecuado, el destino ulterior de las emisiones, sus conexiones con respuestas manifiestas o las respuestas manifiestas mismas). Se ocupa por tanto del mecanismo que en un proceso perceptivo, como es el aprendizaje de discriminación en una primera etapa del procesamiento, elicitó respuestas neurales equivalentes para formas definidas previamente como equivalentes bien por el experimentador, bien por el medio. El aprendizaje de discrimina-

ción se utiliza en este trabajo como medio de probar experimentalmente las deducciones del modelo. La pertinencia y relevancia del problema, su formulación precisa, una breve justificación del modelo empleado así como las deducciones a partir del modelo que pueden ser contrastadas experimentalmente, se tratan a continuación.

2.1. Reconocimiento de patrones visuales por animales.

Todos los animales desde los insectos a los primates generalizan sobre la base de sus sensaciones visuales (Goss, 1.969). Sutherland (1.963a) escribe:

Todos los animales superiores son capaces de "abstraer" características del medio ambiente, hecho que implica la existencia de algun dispositivo en cierto lugar del sistema nervioso. Pulpos, peces de colores, pollos, ratas, monos y personas aprenden a dar una respuesta frente a un rectángulo horizontal y otra respuesta diferente frente a un rectángulo vertical, independientemente del tamaño y tono del color de los rectángulos (p. 150).

Existe abundante evidencia experimental en lo que respecta a la clasificación de figuras independientemente de la posición, tamaño, imagen retineana, brillantez o color. En el trabajo clásico de Fields (1.932), ratas fueron entrenadas para discriminar un círculo de un triángulo situados en varias posiciones; luego se modificaron varios aspectos de la situación total en otros experimentos. Los animales continuaron respondiendo diferencialmen

te cuando figuras de color diferente, de área diferente y distintas características de organización de figura-fondo fueron presentadas.

Smith (1.934) entrenó gatos para que discriminaran entre círculos y rectángulos; otras figuras fueron presentadas (triángulos y círculos desplazados de la posición primitiva, cambios de tamaño de las figuras, rotación del triángulo; figuras presentadas en contorno, cambio del fondo) en experimentos posteriores sin que la conducta se modificara.

Revesz (1.925) utilizando monos como sujetos experimentales les enseñó a responder diferencialmente a figuras que variaban tanto en color como en forma e introdujo después variaciones en el color y la forma de los estímulos visuales. Dos de los sujetos respondieron discriminativamente cuando figuras idénticas en forma pero de color diferente fueron presentadas o cuando se presentaron figuras diferentes con idéntico color.

El estudio, también clásico, de Von Frisch (1.977) expone que las abejas clasifican las figuras o estímulos visuales por el grado de articulación de los elementos que los componen. Un círculo, un cuadrado o un triángulo rellenos no son diferenciables entre sí; tampoco lo son una cruz en forma de aspa o un cuadrado en contorno y de interior vacío; pero sí son diferenciadas las formas citadas en primer lugar de las formas citadas en último, esto es, el cuadrado lleno y el cuadrado vacío. Se puede decir que las abejas clasifican las figuras en compactas y no compactas.

En la rana, estímulos determinados elicitan respuestas equivalentes que son bien de caza o bien de huida. - En Grüsser y Grüsser-Cornehlis (1.976) puede verse una - lista de tales estímulos. Ingle (1.968, 1.976, 1.977) se ñala la propiedad de diversos estímulos visuales de actuar como desencadenantes del comportamiento de caza de la presa o de evitación del predador.

En la serie de trabajos de Sutherland para el proyecto "Stimulus Analyzing Mechanisms" se registran diversas experiencias de reconocimiento de patrones por pulpos, peces de colores, ratas y gatos. Sutherland (1.958) entrenó pulpos (octopus) para que discriminaran un triángulo de un cuadrado; en una fase de transfer posterior al entrenamiento los pulpos tratan estímulos en forma de rombos como si fuesen triángulos. Sutherland (1.960) comprueba que pulpos entrenados con rectángulos horizontales y cuadrados responden, en la fase de transfer, a un rectángulo vertical como antes han respondido al cuadrado; es decir, clasifican los rectángulos verticales y los cuadrados en la misma clase. Estos mismos animales entrenados con cuadrados de diferentes tamaños tienden a dar la misma respuesta a un rectángulo cuya longitud es la del cuadrado mayor y la altura la del cuadrado menor que la dada al cuadrado mas pequeño de la fase de entrenamiento. Sutherland -- (1.969c) encuentra que peces de colores entrenados con un cuadrado y un cuadrado de dimensiones iguales al anterior pero con un saliente en forma de cuadrdo mas pequeño, transfieren la respuesta que elicita este último estímulo a cuadrados con saliente triangular o entrante triangular o rectangular. Sutherland y Williams (1.969)

obtuvieron el resultado interesante de que las ratas clasifican los patrones por la disposición regular o irregular de los elementos que los constituyen. Efectivamente, los animales aprendieron a discriminar dos estímulos en forma de rectángulos de tablero de damas o ajedrez, uno de ellos completo y regular en la disposición de las casillas (patrón "regular") el otro incompleto o irregular (patrón "irregular"). En la fase de transfer se presentaron a los sujetos experimentales patrones regulares e - irregulares de distinta posición y tamaño que los estímulos de la fase de entrenamiento; los sujetos respondían de modo semejante para los patrones regulares y de modo semejante también para los patrones irregulares. Los autores concluyen que las ratas aprenden la regla abstracta que describe los patrones regulares. Sutherland (1.963b) en un experimento diseñado a partir de los descubrimientos de Hubel y Wiesel, y cuyo objeto es comprobar si los gatos discriminan igualmente bien entre los estímulos verticales y horizontales que entre estímulos oblicuos, encuentra que los sujetos transfieren la respuesta dada en el entrenamiento (en discriminación simultánea) a los estímulos que se presentan solos (en discriminación sucesiva).

Estos hechos denominados "abstracción" (Revesz, 1.925), "formación de conceptos" (Fields, 1.932), "transfer del entrenamiento" (Thorndike, 1.913) son incluidos por Sutherland (1.968, 1.969b, 1.973) en el estudio de reconocimiento de patrones visuales. Sutherland (1.969b) escribe:

La cuestión de como los patrones presentados visualmente son reconocidos es uno de los pro-

blemas mas intrigantes e importantes de la Psicología. Es intrigante porque difícilmente podemos en este momento comenzar a especificar la lógica del complejo procesamiento de información que sirve de base a esta habilidad (p.386).

Se observará que en los trabajos experimentales antes mencionados los sujetos aprenden primero a discriminar entre formas presentadas simultáneamente y posteriormente se les presentan formas similares a las anteriores (similares de acuerdo con el criterio del experimentador y/o similaridad física) para comprobar si responden de modo equivalente a formas situadas en la misma clase o sin establecer ninguna clasificación a qué formas responderían de modo equivalente. En todos ellos existe una fase de discriminación y una fase de transfer o clasificación, en la cual se utilizan formas diferentes a las utilizadas en la primera fase.

2.2. Reconocimiento: detección y clasificación.

Cuando se habla de "reconocimiento" de modo estricto ha de incluirse un aprendizaje previo, una huella de memoria y la detección del estímulo como algo ya visto anteriormente. Corcoran (1.971) conceptualiza de este modo el término "reconocimiento". Pero este significado no expresa lo que habitualmente se entiende por reconocimiento de patrones tanto desde el punto de vista de la inteligencia artificial y teoría de máquinas como desde el punto de vista de las teorías de reconocimiento de la forma (Zusne, 1.971)

El concepto de reconocimiento de patrones hace referencia fundamentalmente a dos procesos: detección y clasificación, que tendrían como correlatos operativos y comportamentales las fases de discriminación y transfer aunque no en correspondencia y en situaciones experimentales. Mediante la detección los estímulos se evidencian como percibidos y mediante la clasificación se les asigna a uno de los subconjuntos o clases diferentes, así como mediante la fase de discriminación se detectan dos estímulos como diferentes y mediante el transfer se clasifican los estímulos dentro de las clases diferenciales. En inteligencia artificial, reconocimiento de patrones hace referencia siempre a un problema de clasificación (Duda y Hart, 1.973; Hunt, 1.975; Young y Calvert, 1.974). En psicología, en el contexto de las teorías de discriminación de la forma, cuando se habla de reconocimiento de patrones ningún reconocimiento en sentido estricto está involucrado aunque sí en sentido figurativo (Zusne, 1.971). En el caso ya mencionado del trabajo de Sutherland y Williams (1.969) es como si las ratas aprendieran lo que es regular y lo que no lo es en la fase de entrenamiento y cuando nuevos estímulos se presentan a los sujetos en la fase de transfer (estímulos que difieren en tamaño, distribución de la luz, orientación etc) - los animales "reconocieran" estos estímulos como siendo los mismos que los primeros, es decir "regulares" e "irregulares". En ambos casos se entiende por reconocimiento de patrones el proceso mediante el cual el animal bien de modo innato bien mediante aprendizaje elicitó señales neurales equivalentes para aquellos estímulos considerados de la misma clase y diferentes para estímulos pertenecientes

o considerados de clases diferentes. Esta definición abarca, por tanto, las dos aproximaciones teóricas mas usuales al problema de reconocimiento de patrones (Neisser, 1.967) que serán discutidas mas adelante: el emparejamiento con plantilla (template-matching) y el análisis de rasgos (feature analysis). Es evidente que en el proceso puede existir una etapa de verdadero reconocimiento pero no necesariamente.

Como es imposible separar el reconocimiento de patrones visuales de los procesos perceptivos involucrados, se consideran los procesos de reconocimiento como procesos perceptivos, al menos en sus primeras etapas, y de ahí el titulo de este trabajo.

2.3. Un modelo de funcionamiento del cerebro.

Uno de los sistemas mas frecuentemente mencionados en la literatura de reconocimiento de patrones para modelizar el procesamiento de información por sistemas biológicos es el perceptrón (Arbib, 1.964; Glezer et al. 1.974; Rudock, 1.975, entre otros) tanto si se propone explícitamente como modelo, como si se "endurecen" formalmente otros sistemas propuestos.

El perceptrón fué diseñado por Rosenblatt (1.957, 1.958) y generalizado por él mismo en 1.961. Influenciado por las ideas de Hebb (1.948), es un modelo del almacenamiento y recuperación de la información que pretende ser un modelo para el funcionamiento del cerebro (Block, 1.962) cuyo

propósito primero es arrojar alguna luz sobre el problema de explicar la función cerebral en términos de sus componentes. (Block, 1.962, p. 123).

El perceptrón es fundamentalmente probabilístico, con conexiones al azar y basado en la teoría de la separabilidad estadística y en el teorema de convergencia de los procedimientos de refuerzo. No está construido para reconocer cualquier patrón sino que aprende a reconocer patrones de un conjunto después de un número determinado de ensayos. Muestra capacidad de aprendizaje, discriminación, generalización y memoria. El perceptrón, tal como Rosenblatt lo diseñó, consiste en una retina de unidades sensoriales conectadas a unidades de asociación y éstas a su vez con unidades de respuesta. Las conexiones entre los tres niveles pueden ser al azar. Cuando un estímulo se presenta en la retina los impulsos son transmitidos a las unidades de asociación consideradas como unidades lógicas de umbral; cuando las señales que llegan a estas unidades superan el umbral entonces la unidad respectiva se activa y envía su señal a las unidades con las que está conectada y a las unidades de respuesta. Los pesos de las diversas conexiones pueden ser cambiados de acuerdo con ciertas reglas de reforzamiento. A decir de Rosenblatt (1.958) la importancia de perceptrón reside en que

dado un modo de organización... los fenómenos fundamentales de aprendizaje, discriminación, percepción y generalización pueden ser predichos enteramente a partir de seis parámetros básicos... parámetros que son seis variables físicamente definidas y que son medibles independientemente de los fenómenos comportamentales y perceptuales que intentan predecir. (p.406).

Cuando habla de discriminación perceptual y generalización Rosenblatt se refiere a lo que se ha llamado reconocimiento de patrones.

Se ha de notar que el perceptrón no exige un almacenamiento en forma de representación codificada (plantilla) del estímulo en una memoria aparte sino que la información está contenida en conexiones o asociaciones. La recuperación de información ocurre cuando el estímulo nuevo hace uso de estas conexiones y activa la respuesta apropiada sin requerir un proceso separado de reconocimiento o identificación. El enfoque total del perceptrón es una alternativa a la máquina que actúa por emparejamiento con plantilla, en la cual el almacenamiento del estímulo se realiza en forma de plantilla o prototipo incorporado a la memoria y el proceso de reconocimiento o recuperación incluye el emparejamiento del estímulo nuevo con la plantilla para decidir si o no son similares.

El perceptrón fue criticado en su momento por Joseph (1.960) y Keller (1.961) a causa de que el mecanismo solo es sensible a las áreas relativas de las formas presentadas en la retina. Por otra parte si no existe ninguna restricción en los niveles del perceptrón éste se convierte en una máquina vacía por su generalidad (Minsky y Papert, 1.969). Arbib (1.964) indica que los trabajos relativos al perceptrón de Rosenblatt han recibido críticas muy adversas. Sin embargo en el campo de la inteligencia artificial ha sido utilizado con éxito por Samuel (1.959) para entrenar a un computador digital en el juego del ajedrez. En el campo de la biología, Marr (1.969) y Albus (1.971)

han sugerido que las células de Purkinje del cerebelo pueden funcionar esencialmente como un perceptrón.

Minsky y Papert (1.969) precisan el concepto de perceptrón, establecen restricciones y cambian el enfoque del problema. En lugar de estudiar cómo aprende un perceptrón se plantean qué cosas puede aprender un perceptrón a hacer o qué estructura específica ha de tener la maquina para poder aprender a calcular ciertos predicados (convexidad, conexidad, paridad, forma de cuadrado, forma de triangulo, etc.). Utilizan la diferencia ya conocida entre aprendizaje y rendimiento puesto que un sistema solo puede aprender aquello que puede hacer. Al indicar la estructura necesaria para realizar ciertos predicados in dependientemente del aprendizaje estos autores ponen la base de lo que se ha dado en llamar "preteoria de las pre disposiciones de las redes" (Arbib, Kilmer y Spinelli), es decir:

una teoría de la computación por redes neurales que muestre cómo la estructura de una red puede limitar las tareas que es capaz de realizar a pesar de los cambios plásticos que puedan ocurrir en las neuronas individuales (Arbib, Kilmer Spinelli, 1.976, p.109).

Existen diferencias, no sólo de enfoque, entre las aproximaciones de Rosenblatt y de Minsky y Papert. Block (1.971) señala algunas: el perceptrón de Minsky y Papert es mas simple; no se preconizan asociaciones o conexiones al azar; no es necesariamente probabilístico; se conocen las limitaciones de cada perceptrón para realizar tareas

determinadas. Sin embargo se conservan la linealidad, la consideración del almacenamiento distribuido de la información y el teorema de convergencia (es decir, la capacidad de aprendizaje). Hay que hacer notar que la simplicidad de los perceptrones de Minsky y Papert hace que los resultados obtenidos con ellos ganen en generalidad, siempre que se mantengan las condiciones específicas para cada tipo. Las razones que han llevado al autor de este trabajo a utilizar la teoría de Minsky y Papert son las siguientes: (i) la conexión de este sistema teórico con la teoría de máquinas que aprenden; (ii) la definición de perceptrones de diámetro limitado que se ajusta, al menos en lo que respecta al cálculo de los predicados parciales al sustrato biológico sin más que considerar el soporte de cada predicado parcial idéntico al campo receptor de la célula que lo realiza; (iii) la consideración de la red como un sistema determinístico lo que permite un tratamiento menos complejo; (iv) la generalidad de resultados.

La teoría de Minsky y Papert ha sido duramente criticada por Block (1.971) que sólo ha tenido en cuenta las limitaciones que se derivan para el funcionamiento del perceptrón. En cambio Mycielsky (1.972) y Nevell (1.969) elogian ese trabajo como un paso adelante en la teoría de la computación en paralelo. Haber (1.974) sostiene que es un modelo poderoso en teoría pero que sufre los mismos inconvenientes que la solución de problemas y la simulación del pensamiento mediante computador; su conclusión al respecto es "to wait and see". Miller y Johnson-Laird

(1.976) se refieren al perceptrón de dos estadios, e indican que Minsky y Papert han formulado con toda precisión la falta de adecuación de esta versión como modelo y aproximación elemental a la percepción. Suppes y Rottmayer (1.974) consideran que Minsky y Papert no han establecido definitivamente que el enfoque mediante el perceptrón deba ser abandonado cuando se intenta modelizar los procesos perceptuales. Sutherland (1.973) sostiene, refiriéndose al perceptrón de Rosenblatt, que las redes neurales sobre la base de conexiones al azar han resultado ineficaces en el reconocimiento de patrones. Hunt (1.975) después de indicar que la estructura de lo que Minsky y Papert definen como perceptrones es mas restringida que el conjunto de mecanismos de Rosenblatt, indica que los resultados obtenidos son muy amplios, que se aplican - tanto a procedimientos estadísticos como a máquinas que aprenden y que el análisis lógico de las máquinas que se construyen para solucionar un tipo de problemas es ahora esencial si se quiere afirmar que se conoce un cierto método que soluciona o no una clase específica de problemas. Bremermann (1.976) afirma que la aproximación al reconocimiento de patrones mediante el perceptrón ha llegado a un cierto impasse y que se requieren otras ideas para conseguir métodos de reconocimiento artificiales que rivalicen con las capacidades humanas en el procesamiento de - caracteres escritos o del lenguaje. No obstante el desarrollo de la geometría computacional sigue su curso de modo efectivo (Yamashita y Hama, 1.978). Para una revisión del estado reciente de la neurodinámica ver Scott (1.977).

En este trabajo se pondrá a prueba la versión de Minsky y Papert del perceptrón como mecanismo de reconocimiento de patrones en el gato por medios empíricos, no teóricos. Es decir, por la comparación, en un estudio piloto, entre una predicción teórica formulada a partir del modelo y la evidencia empírica, no por la reflexión acerca de las limitaciones teóricas de la máquina (tamaño de la retina, conexiones al azar, número de elementos, etc.). Los resultados pueden ser aplicados a todos los perceptrones (y máquinas similares) con una serie de características que se reseñan en los apartados 3.4 y 8.

2.4. El problema y la tesis.

El problema puede ser formulado explícitamente así: ¿Qué estructura, en términos de la teoría de máquinas, posee el mecanismo por el cual el gato detecta y aprende a dar respuestas neurales equivalentes a formas pertenecientes a una misma clase y diferentes a formas pertenecientes a clases diferentes?

En un experimento de aprendizaje de discriminación se consideraran formas equivalentes aquellas que el experimentador decida que son equivalentes y por tanto reforzadas de idéntica manera. Se indaga pues por la estructura y organización del mecanismo que permite el reconocimiento en una situación de aprendizaje de formas visuales presentadas verticalmente. El problema planteado es similar y está situado dentro del mismo campo de investigación que el propuesto por Sutherland (1.963a). En este trabajo se trata de inferir el tipo de mecanismo de ana

lisis de estímulos que trabaja en el cerebro del animal, teniendo en cuenta que los estímulos aquí considerados son formas. El modo de acercamiento al problema es diferente. Sutherland (1.958a, 1.960, 1.969a, 1.969c) indaga qué estímulos clasifica el animal como equivalentes, o. dicho de otro modo, cuáles son las propiedades físicas o dimensiones en términos de las cuales los animales clasifican las formas y a partir de esos resultados inferir después el tipo de mecanismo. En este trabajo se postula un mecanismo y se indaga si el animal aprende a clasificar estímulos que el mecanismo no puede clasificar correctamente.

La tesis de este trabajo es la siguiente: El mecanismo de reconocimiento de formas en el gato es un perceptrón de diametro limitado en el cual cada predicado parcial es calculado mediante una l-máquina de seis niveles que depende de una área definida de la retina. El modelo (que será descrito en el apartado 4.1 y construido en el apartado 5) de perceptrón de diametro limitado tiene por retina el sistema de transducción hasta las células ganglionares (excluidas), las ψ_i son calculadas por un selector de rasgos cuyo sustrato biologico es el sistema geniculocortical descrito en los trabajos de Hubel y Wiesel, y el predicado ψ_f para la forma F con la propiedad P es calculado por células clasificadoras que reciben sus aferencias del selector de rasgos.

El modo de aproximación al problema de reconocimiento de patrones (al mecanismo que realiza este reconocimiento) está influenciado por diversos autores. Entre -

ellos:

McCulloch y Pitts (1.943), por lo que respecta a la utilización de estructuras lógico-matemáticas en la formalización de las funciones del sistema nervioso y la consideración de la neurona como unidad lógica de umbral.

Rosenblatt (1.958), que formuló con toda claridad las cuestiones fundamentales que hay que resolver si se quiere comprender la capacidad de los organismos superiores para el reconocimiento, la generalización, la memoria y el aprendizaje; construyó un modelo teórico para el funcionamiento del sistema nervioso tal que conocida su estructura y los parámetros determinados puede predecirse su funcionamiento; y enunció la esperanza de que por el estudio de sistemas tales como el perceptrón se puedan comprender las leyes de organización que son comunes "a todos los sistemas que manejan información, incluidos hombres y máquinas" (p.407).

Arbib (1.973, 1.975) y Arbib et al. (1.976), por lo que respecta a la comprensión del funcionamiento del sistema nervioso en términos de los principios de organización de las neuronas, la formulación y elaboración de la "brain theory" que actúe de puente entre los datos neurofisiológicos y los hallazgos comportamentales de la Psicología y la consideración del trabajo de Minsky y Papert como preteoría de las predisposiciones de las redes.

Sutherland (en los trabajos citados con anterioridad) que introduce en la Psicología de modo explícito el estudio del reconocimiento de patrones por animales, formula y reformula modelos basados en hallazgos neurofisiológicos y el lenguaje de procesamiento de imágenes para explicar

los hallazgos experimentales.

Barlow, Narasimham y Rosenfeld (1.972) que preconizan la similitud en el tratamiento de reconocimiento de patrones tanto por sistemas biológicos como máquinas y exigen como necesario para su estudio la interacción entre la Psicología, la Neurofisiología y la teoría matemática de organización de sistemas.

Ingle (1.968) que exige la existencia en el tectum optico de la rana de detectores de presa y disparadores de la conducta de caza que son unidades superiores a las células de la retina y reciben sus aferencias de estas ultimas. Didday (1.970) que trabaja en procesos de simulación del sistema visual de la rana a partir de los hallazgos comportamentales de Ingle.

Por fin, Ruddock (1.975), que escribe:

el acercamiento de Minsky y Papert al reconocimiento de patrones geométricos no conduce a predicciones que puedan ser facilmente probadas por sistemas fisiológicos, pero tales predicciones pueden obtenerse si se aplican a perceptrones contruidos de tal modo que se parezcan al sistema visual de los vertebrados (p.345).

Recogiendo esta sugerencia, el modelo presentado aqui no es más que la introducción de una estructura estudiada por Minsky y Papert (1.969) en el sistema propuesto para la via geniculocortical por Hubel y Wiesel (desde 1.958 a 1.977). Por otra parte, la tesis no pretende ser original en lo que respecta al tratamiento del sistema como máquina que aprende, constituida por diversos niveles

y por tres partes fundamentales. Al contrario, el modelo se ha de considerar como algo que es mencionado siempre que se trata del reconocimiento de patrones y se intentan establecer modelos para los sistemas biológicos. Lo que sí pretende ser original es la hipótesis acerca de la estructura precisa del mecanismo, su simulación y el establecimiento y comprobación de una predicción experimental realizada a partir del modelo.

2.5. Predicciones experimentales.

Se intentará dilucidar si el perceptrón de diámetro limitado es válido como estructura del mecanismo de reconocimiento de patrones. Para ello se utilizará la clasificación de figuras en conexas y no conexas; es decir, figuras clasificadas con una categoría altamente abstracta pero desde luego no más que la de compacto/no compacto de Von Frisch o regular/no regular de Sutherland.

La cadena de razonamientos que permiten establecer una predicción experimental es la siguiente: la hipótesis de alto nivel establece que el mecanismo es un perceptrón de diámetro limitado. Por el teorema expuesto en el apartado 3.4 un perceptrón de tal tipo no clasifica correctamente las figuras conexas/no conexas a pesar del proceso de aprendizaje. El sujeto en un experimento de discriminación y clasificación no clasificará correctamente esas figuras. El experimento tratará de comprobar si el animal realiza esa clasificación. Si la realiza entonces el mecanismo no es un perceptrón. Si no clasifica el mecanismo puede ser un perceptrón y el modelo aquí establecido, válido.

En lo que sigue se presenta un modelo, parcial e idealizado, pero sustancialmente ajustado a los hallazgos neurofisiológicos, del sistema visual del gato hasta las áreas 17, 18 y 19 con una estructura definida - para cada célula hipercompleja de orden superior; un - modelo hipotético del mecanismo del reconocimiento de formas; la simulación del modelo propuesto; finalmente, la contrastación empírica de una de las posibles predicciones teóricas.

3. Teoría

A continuación se expone la teoría matemática en la que se basa el modelo formulado más adelante. En primer lugar, la teoría de perceptrones de Minsky y Papert (1.969), aunque con diferente orden de presentación que en el trabajo original de estos autores y reducida sólo a aquellos aspectos que interesan en este trabajo. Se ha realizado una síntesis de la teoría al modo como lo han hecho otros autores (Block, 1.970; Hunt, 1.975; Scott, 1.977; Suppes y Rottmayer, 1.974) explicitando las definiciones de modo que sea inteligible para el lector que se encuentre por primera vez ante este tipo de formulaciones. Después, se expone la teoría de máquinas que aprenden formulada por Nilsson (1.965) utilizando las aportaciones de otros autores, fundamentalmente en la presentación de la teoría (Cooper, 1.962; Duda y Hart, 1.973; Highleyman, 1.962; Hunt, 1.975; Singleton, 1.962; Winder, 1.962; -- Young y Calvert, 1.974). En tercer lugar se realiza un intento de poner en correspondencia ambas teorías con el fin de introducir en la teoría de máquinas los hallazgos teóricos obtenidos en el campo del perceptrón (principalmente en lo relativo a las máquinas de computación en paralelo y sus limitaciones) y recíprocamente. La finalidad es utilizar indistintamente el lenguaje de perceptrones y máquinas que aprenden. En cuarto lugar se enuncia y se demuestra un teorema del funcionamiento del perceptrón de diámetro limitado que será utilizado para generar una predicción que permita la contrastación experimental del modelo. Y por último, se enunciará el importante teorema

de la convergencia de los procedimientos de reforzamiento en los perceptrones y por tanto de las máquinas consideradas como tales. La demostración de este teorema que ha sido encontrada por varios autores de modo independiente no aparecerá en este trabajo puesto que es habitualmente presente en todos los textos que tratan del reconocimiento de patrones. Es inútil decir que no existe ninguna pretensión de originalidad en la exposición de estos temas.

3.1 Perceptrones de Minsky y Papert (1.969)

3.1.1 Definición

En general, sea R una retina definida como un conjunto de puntos $x_1, x_2, \dots, x_{|R|}$ siendo $|R|$ el número total de puntos. En particular, sea R una región rectangular del plano euclídeo de dimensiones $N \times N$ dividido en R cuadrados $x_1, x_2, \dots, x_{|R|}$ siendo $x_i, i=1, 2, \dots, |R|$, el i -ésimo punto de la retina. Haciendo variar las dimensiones se obtiene una familia \mathcal{R} de retinas.

Un subconjunto X de R , $X \subset R$, se denomina patrón. X queda especificado con exactitud sin más que nombrar los $x_i \in R$ que pertenecen a X o de los que X está compuesto. A veces se considera una forma proyectada sobre R . En este caso X es el conjunto intersección de la imagen de la forma y R . Se considerará que a todo X le corresponde un vector x , llamado vector del patrón, de $|R|$ componentes (cada uno de los x_i de la retina) que son ceros y unos dependiendo de si $x_i \in X$ ó $x_i \notin X$. También se puede considerar X como una matriz de ceros y unos de dimensiones $N \times N$.

De otro modo, X queda especificado mediante la función característica de X , $\chi_X(x)$, definida así:

$$\chi_X(x) = \begin{cases} 1 & \text{si y sólo si } x \in R \text{ y } x \in X \\ 0 & \text{si y sólo si } x \in R \text{ y } x \notin X \end{cases} \quad (1)$$

Sea una familia F de subconjuntos X de R , es decir $F = \{X/X \text{ tiene la propiedad } P\}$. Por ejemplo, la familia de cuadrados de diversos tamaños que pueden ser construidos con los puntos de R ; por ejemplo, la familia de figuras que tienen todas veinte puntos x_i etc. Observar que al definir F se define \bar{F} a la que pertenecen todos los patrones que no cumplen la propiedad P . Observar también que X no sólo pertenece a una familia F_1 sino que puede pertenecer además a F_2, F_3, \dots ; en cada caso, siempre que se define F se define \bar{F} .

A cada figura X le corresponde el vector x en un espacio de R dimensiones y cuyos componentes vienen dados por los x_i de la retina que pertenecen o no a X . Se considera indistintamente el patrón o el vector del patrón.

Un predicado definido en R es una función que asigna a cada patrón el valor 1 ó 0; se considera un predicado ψ_F cuyo dominio es todo R . Este predicado se define así:

$$\psi_F(x) = \begin{cases} 1 & \text{si y sólo si } X \in F \\ 0 & \text{si y sólo si } X \notin F \end{cases} \quad (2)$$

Por ejemplo $\psi_{\text{CUADRADO}}(x) = 1$ si y sólo si X es un cuadrado.

Se considera una familia Φ de predicados φ_i , $j=1$ a n , cuyo dominio no es todo R , sino una parte de R (diferente para cada φ_i), $\Phi = \{ \varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_n \}$, denominados predicados parciales. Se denominan así precisamente porque el dominio de φ_i es una parte de R , en cambio el dominio de ψ_i es todo R (Suppes y Rottmayer, 1.974), siendo cada φ_i calculado desde un cierto subconjunto de puntos de R que se llama soporte de φ_i y se escribe $S(\varphi_i)$; es decir, $S(\varphi_i)$ es el conjunto de puntos de R de los que φ_i realmente depende. Se puede definir φ_{x_i} así:

$$\varphi_{x_i}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si y sólo si } x_i \in X \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

por lo que $S(\varphi_{x_i}) = x_i$

También: dos puntos

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } A \subset X \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

$$\varphi_{x_1, x_2, x_3}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x_1, x_2, x_3 \in X \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

por lo que $S(\varphi_{x_1, x_2, x_3}) = \{x_1, x_2, x_3\}$

Observar que $\varphi_{x_1, x_2, x_3}(x)$ puede tener la forma

$\varphi_{x_1, x_2, x_3}(x) = \prod_{i=1}^3 x_i$, $x_i \in S(\varphi_{x_i})$ donde \prod indica el producto lógico o conjunción y $x_i = 1$ si $x_i \in X$; $x_i = 0$ si $x_i \notin X$. Estos predicados se llaman también funciones simples.

Pues bien: se dice que ψ_P es una función lineal de umbral con respecto a una familia Φ de predicados parciales (o también, se dice que ψ_P es lineal con res

pecto a Φ) y se escribe $\psi \in L(\Phi)$ si existe un conjunto de números reales $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ llamados pesos o coeficientes, uno para cada $\varphi \in \Phi$ y un número real θ tal que:

$$\psi(x) = 1 \Leftrightarrow \alpha_1 \varphi_1(x) + \alpha_2 \varphi_2(x) + \dots + \alpha_n \varphi_n(x) > \theta$$

$$\psi(x) = 0 \quad \text{de otro modo}$$

Utilizando $\lambda(v) = \begin{cases} 1 & \text{si y sólo si } v > 0 \\ 0 & \text{si y sólo si } v \leq 0 \end{cases}$

la expresión anterior se puede escribir así:

$$\psi(x) = \lambda \left[\sum_{i=1}^n \alpha_i \varphi_i(x) - \theta \right] \quad (3)$$

Utilizando la notación vectorial $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)$

y

y $\varphi(x) = \begin{pmatrix} \varphi_1(x) \\ \varphi_2(x) \\ \vdots \\ \varphi_n(x) \end{pmatrix}$ la expresión anterior se reduce a

$$\psi(x) = \lambda [\alpha \varphi(x) - \theta] \quad (4)$$

Si $L(\Phi)$ es el conjunto de todos los predicados que son lineales con respecto a la familia Φ de predicados parciales, entonces un perceptrón se define como el mecanismo hipotético que computa todos los predicados que son lineales respecto a un conjunto Φ de predicados parciales.

La implementación o realización efectiva está representada en la figura 1. Un perceptrón consiste por tanto en:

- (i) - un mecanismo para calcular cada una de las φ_i teniendo en cuenta el soporte de cada una. No se especifica en absoluto la forma de cálculo de las φ_i .
- (ii) - un mecanismo multiplicador del input por los pesos correspondientes.

- (iii) - Un mecanismo de suma
 (iv) - Un mecanismo de umbral

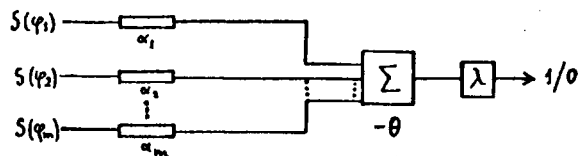


figura 1. Implementación de un perceptrón (en general).

Observar que es un mecanismo de computación en paralelo entendiendo éste en el sentido más físico posible: un mecanismo en el que los predicados parciales son computados todos al mismo tiempo.

3.1.2. Definición de orden.

Orden de ψ y por tanto orden del perceptrón que realiza ese predicado es el menor número k para el cual se puede encontrar un conjunto Φ de predicados parciales que satisfacen:

$$|S(\psi)| \leq k \quad \forall \psi \in \Phi$$

$$\text{y } \psi \in L(\Phi)$$

El orden de un perceptrón es propiedad de ψ no de Φ

3.1.3. Definición de Mask.

Sea $A = \{x_1, x_2, \dots\}$ y $A \subset R$

Se define un predicado de la forma:

$$\varphi_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{si y sólo si } A \subset X, \text{ es decir si todo } A \text{ está en } X \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

o también:

$$\varphi_A(x) = \prod_{x_i \in A} x_i = \begin{cases} 1 & \text{si } x_1 \wedge x_2 \wedge \dots = 1 \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

Pues bien, $\varphi_A(x)$ es la mask del conjunto A. Toda mask es de orden uno.

3.1.4. Familias de perceptrones:

Existen al menos las siguientes clases o familias de perceptrones:

- Perceptrones de orden k. Un perceptrón tiene orden k si $\forall \varphi \in \Phi \quad |S(\varphi)| \leq k$
- Perceptrones de diametro limitado: son aquellos en los cuales para cada $\varphi \in \Phi$, $S(\varphi)$ está constituido por los puntos situados dentro de una región con un diametro limitado; es decir, diametro de $(S(\varphi)) \leq 2r$.
- Perceptrones de Gamba: todas las φ_i pueden depender de todos o parte de los puntos de R, pero en sí mismas las φ_i deben ser funciones lineales de umbral.
- Perceptrones de Rosenblatt: ya tratados en el apartado 2.3

3.1.5. Predicados de orden finito.

Un esquema de predicado ψ define un predicado ψ_R para cada R de la familia \mathcal{R} de retinas. Se dice que ψ

es de orden finito, de hecho de orden menor o igual que k , si y sólo si el orden de ψ_R permanece uniformemente limitado por k , $\forall R \in \mathcal{R}$. Es decir, que el orden de ψ no se altera al cambiar de tamaño R ; o también, que ψ_R no tiene orden distinto para cada R o que el orden de ψ no depende de \mathcal{R} . Por ejemplo, ψ_{PARIDAD} no es de orden finito sino de orden R ; ψ_{CONVEXO} es de orden finito, de hecho de orden tres; ψ_{CONEXO} no es de orden finito.

Más formalmente: un esquema de predicado es de orden finito, de hecho de orden menor o igual que k para una familia de retinas \mathcal{A} , si y sólo si $\forall R \in \mathcal{R}$, ψ_R tiene el orden menor o igual que k .

3.2 Máquinas que aprenden.

3.2.1 Funciones discriminantes.

Sea un conjunto \mathcal{X} de patrones, $\mathcal{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_L\}$ siendo L el número de ellos y l uno cualquiera. Se clasifican estos patrones en C categorías; esta clasificación establece una partición de \mathcal{X} en subconjuntos $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \dots, \mathcal{X}_C$ tal que $\forall x_l \in \mathcal{X}, x_l \in \mathcal{X}_s, s = 1 \text{ a } C$.

Cualquier procedimiento que clasifique los patrones de \mathcal{X} situándolos en la categoría adecuada es un clasificador de patrones. Un clasificador de patrones actúa así: cada patrón $x \in \mathcal{X}$ puede ser representado por un vector x en un espacio euclídeo... llamado espacio de patrones, Ω_x , de tantas dimensiones cuantos componentes tenga x . Si son n componentes, es decir $x_l = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, el espacio de patrones es un espacio de n dimensiones. El clasi

ficador asigna cada vector x a una categoría a y divide el espacio de patrones, Ω_x , en C regiones disjuntas $\Omega_1, \Omega_2, \dots, \Omega_C$ llamadas regiones de decisión, cada región corresponde a una categoría y siendo por tanto Ω_s la región del espacio donde se encuentran los vectores de las figuras que pertenecen a la categoría s y por tanto al subconjunto X_s . Las superficies que en el espacio de patrones separan las regiones de decisión se denominan superficies de decisión, superficies que son especificadas a partir de funciones discriminantes. Por tanto en el clasificador de patrones se ha de encontrar para realizar la asignación de un patrón cualquiera a su categoría correspondiente, unas funciones discriminantes $d_1(x), d_2(x), \dots, d_C(x)$, una para cada categoría y tales que:

si $x \in X_r$ y por tanto $x \in \Omega_r$ entonces $d_r(x) > d_s(x)$
 $r, s = 1 \text{ a } C, r \neq s.$

La superficie de decisión que separa dos regiones contiguas viene expresada por:

$$d_r(x) - d_s(x) = 0 \quad (5)$$

$r, s = 1 \text{ a } C, r \neq s$

Si δ es la función de decisión, $\delta_r(x) \equiv x$ pertenece a la categoría $r \Leftrightarrow d_r(x) > d_s(x), r, s = 1 \text{ a } C, r \neq s.$

Se estudian ahora las funciones discriminantes que o son lineales con respecto a los componentes de x o son lineales con respecto a algún conjunto dado de funciones de x .

3.2.2. Funciones discriminantes lineales.

La función discriminante que es una combinación lineal de los componentes de x tiene la forma:

$$d_s(x) = a_{s1}x_1 + a_{s2}x_2 + \dots + a_{sn}x_n + a_{s0} = \sum_{i=1}^n a_{si}x_i + a_{s0} \quad (7)$$

en donde n es el número de componentes de x y C es el número de categorías, siendo s una cualquiera de ellas.

Si se utiliza la notación vectorial:

$a_s = (a_{s1}, a_{s2}, \dots, a_{sn})$ vector de pesos, coeficientes o parámetros correspondientes a la categoría s .

$x' = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ vector correspondiente al patrón X .

La expresión (7) se transforma en

$$d_s(x) = a_s x + a_{s0} \quad (8)$$

Si $\hat{a}_s = (a_s, a_{s0})$ y $\hat{x}' = (x', 1)$ la expresión (7) se reduce a:

$$d_s(x) = \hat{a}_s \hat{x} \quad (9)$$

Observar que con \hat{a}_s y \hat{x} se ha pasado de un espacio de dimensiones n a un espacio de $n+1$ dimensiones; \hat{x} se llama patrón aumentado.

La función de decisión que utiliza funciones discriminantes lineales es:

$$\delta_r(x) \equiv X \in X_r \Leftrightarrow d_r(x) > d_s(x) \quad r, s = 1 \text{ a } C \quad r \neq s$$

pues bien, la implementación o realización efectiva de un clasificador de patrones que emplee funciones discriminantes lineales, es decir que implemente funciones de decisión $\delta_s(x)$, $s = 1$ a C , que emplean funciones discriminantes lineales, se llama maquina lineal.

3.2.3. Función de umbral y unidad lógica de umbral (TLU)

Sea el conjunto de patrones $\mathcal{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_L\}$ en el que se ha establecido una clasificación en dos subconjuntos \mathcal{X}_1 y \mathcal{X}_2 . Es decir, $C=2$, existiendo, por tanto, dos regiones de decisión Ω_1 y Ω_2 en el espacio de patrones Ω_X . Si una máquina lineal, es decir, una máquina que utiliza funciones discriminantes lineales, puede para cada X situarlo en la categoría adecuada se dirá que la clasificación de \mathcal{X} es lineal y que los dos subconjuntos de \mathcal{X} , \mathcal{X}_1 y \mathcal{X}_2 son linealmente separables. Y recíprocamente, una clasificación de \mathcal{X} es lineal y los dos subconjuntos de \mathcal{X}_1 y \mathcal{X}_2 son linealmente separables si y sólo si existe una función discriminante lineal $d(x)$ tal que:

$$d(x) > 0 \text{ si } x \in \Omega_1 \text{ y por tanto } X \in \mathcal{X}_1$$

$$d(x) \leq 0 \text{ si } x \in \Omega_2 \text{ y por tanto } X \in \mathcal{X}_2$$

La máquina lineal que realiza esta función discriminante lineal trabaja así:

Si $d(x) > 0$ entonces $x \in \Omega_1$ y por tanto $X \in \mathcal{X}_1$, es decir X pertenece a la categoría 1.

Si $d(x) \leq 0$ entonces $x \in \Omega_2$ y por tanto $X \in \mathcal{X}_2$, es decir X pertenece a la categoría 2.

b Un patrón X cuyo vector en Ω_X es \bar{x} es clasificado correctamente si:

$$d(x) > 0 \text{ y } x \in \Omega_1$$

$$d(x) \leq 0 \text{ y } x \in \Omega_2$$

La función de decisión, δ , de una máquina lineal de dos categorías se llama función de umbral. Pues bien: función de umbral (McCulloch y Pitts, 1943; Winder, 1963) es una función

de n argumentos que tiene a_1, a_2, \dots, a_n pesos o coeficientes y un umbral a_0 (todos números reales) y tal que:

$$f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \begin{cases} 1 & \text{si y sólo si } d(x) > 0 \\ 0 & \text{si y sólo si } d(x) \leq 0 \end{cases} \quad (11)$$

donde $d(x) = \sum_{i=1}^n a_i x_i - a_0$

También:

$$f(x) = \lambda [d(x)] \quad (12)$$

en donde $d(x)$ es la función discriminante lineal y λ la función definida con anterioridad.

La máquina lineal que implementa una función de umbral se llama unidad lógica de umbral (threshold logic unit) y está representada en la figura 3.

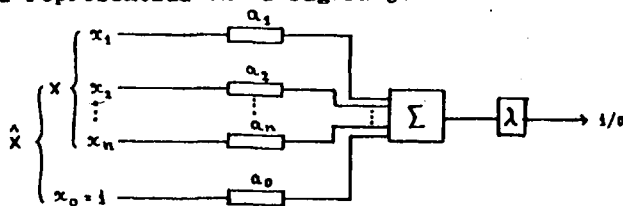


Figura 3. Implementación de la función lógica de umbral.

Se observará que la TLU consiste en: receptores para mecanismos de multiplicación por los pesos correspondientes, mecanismo de suma y mecanismo de umbral que responde:

$$1 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^n a_i x_i - \theta > 0, \quad -\theta = a_0$$

0 de otro modo.

Como toda máquina lineal, una TLU produce en Ω_x una superficie de decisión que es un hiperplano H cuya ecuación es:

$$d(x) = \sum_{i=1}^n a_i x_i - a_0 = 0 \quad (13)$$

El semiespacio para el cual se cumple que $ax+a_0 > 0$ se llama lado positivo de H.

Otra forma de presentar la ecuación de H es la siguiente: Sea el hiperplano H y dos puntos x y x_1 que pertenecen a él; entonces:

$$\begin{aligned} ax+a_0 &= ax_1+a_0 \\ a(x-x_1) &= 0 \end{aligned} \quad (14)$$

Notar que a es normal a H.

Por otra parte la función $d(x) = \frac{ax+a_0}{\|a\|}$ da la medida de la distancia de un punto cualquiera x de Ω_x al hiperplano H cuya ecuación es $ax+a_0=0$. Efectivamente, si $h(x)$ es la distancia del punto x al hiperplano H, esta distancia viene dada en el espacio euclidiano por la expresión:

$$h(x) = \frac{ax+a_0}{\|a\|} = \frac{d(x)}{\|a\|} \quad (15)$$

En particular para $x' = (0, 0, \dots, 0)$, es decir, para el origen de coordenadas, la distancia es:

$$h(x_0) = \frac{a_0}{\|a\|} \quad (16)$$

La ecuación normal de hiperplano es:

$$\frac{a}{\|a\|} x + \frac{a_0}{\|a\|} = 0 \quad (17)$$

donde $\frac{a}{\|a\|}$ indica la orientación y $\frac{a_0}{\|a\|}$ la distancia al origen. Si $\frac{a_0}{\|a\|} > 0$ el origen está en el lado positivo del hiperplano.

Resumiendo:

(i)-Toda TLU implementa un hiperplano que divide el espacio de patrones Ω_x en dos regiones Ω_1 y Ω_2 . El hiperplano es la superficie de decisión de la TLU.

(ii)-Si $a_0=0$, el hiperplano pasa por el origen de coordenadas del espacio Ω_x . Si $a_i=0$, el hiperplano es paralelo al i -ésimo eje de coordenadas.

(iii)-la orientación de hiperplano es indicada por a y la localización por a_0 .

(iv)-La distancia desde un punto cualquiera x de espacio al hiperplano es función de $d(x)$ con :

$d(x) > 0$ si x pertenece al semiespacio del lado positivo de H .

$d(x) = 0$ si $x \in H$

$d(x) < 0$ si x pertenece al semiespacio del lado negativo de H .

3.2.4. Φ -funciones y Φ -máquinas.

3.2.4.1. Definición:

Se consideran ahora las funciones discriminantes no lineales con respecto a los componentes de x , pero que son funciones discriminantes lineales con respecto a algún conjunto dado de funciones de x . Sea este conjunto $\Phi = \{\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m\}$ donde ϕ_j es una cualquiera de ellas, $j=1$ a m . La forma de esa función discriminante llamada Φ -función es:

$$D_\Phi(x) = a_{s1}\phi_1(x) + a_{s2}\phi_2(x) + \dots + a_{sm}\phi_m(x) + a_{s0} \quad (15)$$

donde ϕ_j , $j=1, 2, \dots, m$, son funciones linealmente independientes y a_j son los pesos o coeficientes.

Utilizando $a_s = (a_{s1}, a_{s2}, \dots, a_{sm})$ y $\Phi(x) = \begin{pmatrix} \phi_1(x) \\ \phi_2(x) \\ \vdots \\ \phi_m(x) \end{pmatrix}$

entonces (15) se transforma en:

$$D_s(x) = a_s \Phi(x) + a_{s0} \quad (16)$$

Es importante indicar que no se supone la linealidad de ϕ_j con respecto a x , ni de $D_s(x)$ con respecto a x ; lo que se indica es que D_s es lineal con respecto a las ϕ_j . Observar que las funciones f pueden ser Φ -funciones sin más que hacer $\phi_i(x) = f(x_i)$, $i = 1 \dots n$.

La aplicación a x de las ϕ_j hace corresponder puntos del espacio Ω_x de n dimensiones con puntos del espacio Ω_ϕ de m dimensiones cuyas coordenadas son $\phi_j(x)$. En Ω_ϕ la función discriminante D separa los puntos mediante un hiperplano. En otras palabras, el vector x de Ω_x se transforma en $\Phi(x) \in \Omega_\phi$ y en lugar de una función discriminante no lineal en Ω_x se utiliza una función lineal en Ω_ϕ , de modo que una Φ -superficie en Ω_x es un hiperplano en Ω_ϕ y cualquier función discriminante lineal en Ω_ϕ es una Φ -función en Ω_x . Por tanto todos los resultados que se encuentran con TLU pueden aplicarse a Φ -máquinas.

3.2.4.2. Implementación.

Una Φ -máquina es cualquier mecanismo clasificador de patrones que emplee Φ -funciones. Por tanto:

- (i) - Transforma todo vector $x \in \Omega_x$ de n dimensiones en el vector $\Phi(x) \in \Omega_\phi$ de m dimensiones.
- (ii) - Utiliza a continuación una máquina lineal (o una TLU, si son dos categorías) para realizar la clasificación.

Una Φ -máquina consta de:

- (i) - Un procesador que transforma x en $\Phi(x)$.
- (ii) - Una máquina lineal.

3.2.4.3. ϕ -máquinas de dos categorías.

La función de decisión o función de umbral para una ϕ -máquina de dos categorías es:

$$f(x) = \lambda [a\phi(x) + a_0] = \lambda [D(x)] \quad (17)$$

y por (4) $f \in L(\phi)$

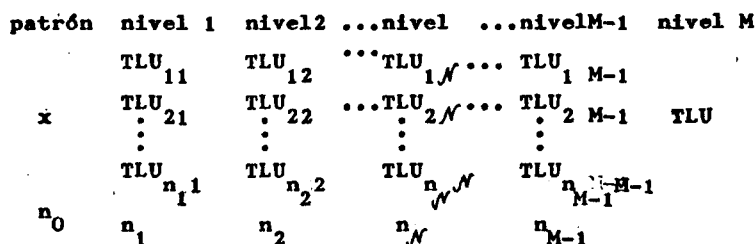
3.2.5. Máquina con niveles (layered machine ó L-máquina).

3.2.5.1. Definición.

Máquina con niveles o L-máquina es una red o conjunto interconectado de TLU (unidades lógicas de umbral).

Las TLU del primer nivel tienen como input el patrón que se quiere clasificar. Las salidas de las TLU del primer nivel son utilizadas como input para las TLU del segundo nivel. En general siendo M el número total de niveles y \mathcal{N} uno cualquiera de ellos, las TLU del nivel \mathcal{N} reciben sus inputs del nivel $\mathcal{N}-1$ y sus salidas son a la vez inputs para las TLU del nivel $\mathcal{N}+1$. Si la L-máquina clasifica los patrones en dos categorías, $C=2$, el output de la TLU final es la respuesta de la máquina. La L-máquina no es una máquina lineal ni una ϕ -máquina sino que lleva a cabo superficies de decisión muy complejas. Una L-máquina de dos niveles totalmente especificada puede verse en Kaylor (1964)

3.2.5.2 Implementación:



3.2.5.3. Funcionamiento.

Si $x^{(0)}$ es el vector del patrón en un espacio de n_0 dimensiones, el espacio de patrones Ω_x , el output de las TLU del primer nivel se considera como el vector $x^{(1)}$ de n_1 dimensiones, donde n_1 es el número de TLU del primer nivel. El primer nivel transforma el espacio Ω_x en un espacio Ω_1 de n_1 dimensiones y el vector $x^{(0)}$ de n_0 componentes en el vector $x^{(1)}$ de n_1 componentes. Ya que componentes de $x^{(1)}$ son ceros y unos, cada punto de Ω_x es transformado en el vértice de un hipercubo que se llama primer espacio imagen, Ω_1 , y el conjunto de patrones $\chi^{(0)}$ es transformado en un conjunto $\chi^{(1)}$ de vértices en el primer espacio imagen.

Las TLU de segundo nivel transforman el hipercubo, que es el primer espacio imagen Ω_1 , en vértices del segundo espacio imagen Ω_2 y el patrón $x^{(1)}$ de n_1 componentes en el patrón $x^{(2)}$ de n_2 componentes, donde n_2 es el número de TLU del segundo nivel, así como el conjunto $\chi^{(1)}$ del primer espacio imagen en el conjunto de patrones $\chi^{(2)}$ del segundo espacio imagen.

En general, el patrón $x^{(\mathcal{N}-1)}$ de $n_{\mathcal{N}-1}$ dimensiones en el espacio imagen $\Omega_{\mathcal{N}-1}$ se transforma mediante las TLU del nivel \mathcal{N} en el patrón $x^{(\mathcal{N})}$ de $n_{\mathcal{N}}$ componentes del espacio imagen $\Omega_{\mathcal{N}}$. El conjunto de vértices de $\chi^{(\mathcal{N}-1)}$ se transforma en $\chi^{(\mathcal{N})}$.

Finalmente, el conjunto $\chi^{(M-1)}$ es transformado por las TLU del nivel M en dos vértices (si $C=2$). Estos vértices son las posibles respuestas de la L-máquina para $C=2$.

Estas transformaciones se resumen en el cuadro que aparece a continuación:

Nivel 1	Nivel 2	Nivel	Nivel M
n_0 — n_1	$n_2 \dots n_{N-1}$	$n_N \dots n_{M-1}$	n_M
Ω_x Ω_1	Ω_2 Ω_{N-1}	Ω_N Ω_{M-1}	Ω_M
$\chi^{(0)}$ $\chi^{(1)}$	$\chi^{(2)} \dots \chi^{(N-1)}$	$\chi^{(N)} \dots \chi^{(M-1)}$	$\chi^{(M)}$
$x^{(0)}$ $x^{(1)}$	$x^{(2)} \dots x^{(N-1)}$	$x^{(N)} \dots x^{(M-1)}$	$x^{(M)}$

3.2.5.4. Utilización.

La L-máquina se utiliza fundamentalmente cuando se quieren obtener dos subconjuntos $\chi_1^{(M-1)}$ y $\chi_2^{(M-1)}$ linealmente separables a partir de un conjunto $\chi^{(0)}$ clasificado en dos subconjuntos que no son linealmente separables, es decir, que para separarlos no existe ni una máquina lineal ni una $\hat{\phi}$ -máquina. La L-máquina realiza transformaciones de $\chi_1^{(0)}$ y $\chi_2^{(2)}$ hasta conseguir dos subconjuntos que sí son separables linealmente por una TLU, produciendo la respuesta deseada en cada caso:

$$\begin{aligned} 1 & \quad \forall x \in \chi_1^{(0)} \\ 0 & \quad \forall x \in \chi_2^{(0)} \end{aligned}$$

Hay que observar que:

- (i) - cada TLU implementa una f y que el vector $x^{(N)}$, $N=1, 2, \dots, M$, tiene como componentes las $f_j(x)$, $j=1, 2, \dots, n$ que son realizadas por las TLU del nivel N .
- (ii) - cada TLU realiza, por tanto, una función discriminante $d_{jN}(x)$, que es la función realizada por la TLU j del nivel N , $j=1, 2, \dots, n_N$, $N=1, 2, \dots, M$.
- (iii) - una $\hat{\phi}$ -máquina es una L-máquina de dos niveles si y sólo si $\hat{\phi}_j$ son a su vez funciones de umbral, es decir implementadas por TLU.

3.3. Relaciones entre perceptrones y máquinas que aprenden.

Estas relaciones ya han sido indicadas por Minsky y Papert(1969). Lo que sigue es un intento de explicitarlas de una manera formal con el fin de utilizar indistintamente el lenguaje de perceptrones y el de máquinas.

Sea el espacio de patrones Ω_X la retina R . El espacio de patrones se identifica con la retina y tiene como componentes los $N \times N = R$ cuadrados en que se divide la retina. La familia F de subconjuntos de R es un subconjunto de puntos en Ω_X . Así pues, en una máquina de $C=2$, $P \in X_1$ y $\bar{P} \in X_2$. Se establecen, a continuación, las siguientes correspondencias entre perceptrones y máquinas:

A-Perceptrones en general.

Proposición 1A: Toda TLU es un perceptrón de orden 1 (Minsky y Papert, 1969).

Demostración: Trivial. Identificar:

$f(x)$ y $\psi(x)$, donde x es el vector del patrón X .

x_i y $\varphi_i(x)$, donde $i=j$, $i=1$ a n , $n=|R|$, y $x_i=1 \iff x_i \in X$, $x_i=0$ de otro modo. Es decir, $\varphi_i(x)=1 \iff x_i=1$, $i=j$.

a_i de la TLU y del perceptrón, $i=j$.

a_0 y θ

Puesto que $S(\varphi_i)=x_i$, es decir, $|S(\varphi_i)|=1$, el perceptrón es de orden 1. Por lo cual, todo lo que se afirme de los perceptrones en general y de los de orden 1 en particular, se puede afirmar de la TLU. Y lo que se afirma de la TLU puede afirmarse de un perceptrón de orden uno.

Proposición 2A: Todo perceptrón es una TLU en la cual cada $\varphi_i(x)$ del perceptrón es un componente del vector de input para la TLU, sea cual sea $S(\varphi_i)$.

Demostración: Inmediata. Todo perceptrón realiza un $\psi(x)$ que se llama función lineal de umbral ya que es lineal con respecto a los componentes de $\Phi(x)$, es decir, con respecto a $(\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_m(x))$ y, por tanto, realiza la función que puede ser implementada por una TLU cuyo input es precisamente el vector $\Phi(x)$, no importa cual sea $S(\varphi_i)$, es decir, las unidades de la retina o puntos de Ω_x de los que realmente depende cada φ_i . Se observará que el espacio de patrones de la TLU correspondiente no es el espacio de patrones del perceptrón. Para éste es R o Ω_x , de n dimensiones. Para la TLU, el espacio de patrones tiene como coordenadas las φ_i y es de m dimensiones.

Por lo cual, todo perceptrón tiene o está compuesto por una TLU.

Proposición 3A: Todo perceptrón es una Φ -máquina de C-2 y recíprocamente.

Demostración: Inmediata. Identificar:

La figura X proyectada en la retina y la figura X que da origen al vector x ; R y Ω_x ; $\varphi_i(x)$ y $\beta_j(x)$; $\psi(x)$ y $\Phi(x)$; α_j y a_j ; $-\theta$ y a_0 ; $\sum_{j=1}^m \alpha_j \varphi_j(x)$ y $D(x)$.

Es decir, $\psi \in L(\Phi)$ y entonces:

$$\psi(x) = \lambda [\alpha \psi(x) - \theta] = \lambda [\alpha \Phi(x) + a_0] = \lambda [D(x)] = f(x)$$

que es la función de decisión de una máquina de dos categorías.

Por lo cual, todo lo que se afirma de un perceptrón puede afirmarse de la Φ -máquina correspondiente y recíprocamente.

Proposición 4A: Toda L-máquina de M niveles y $C=2$ es un perceptrón en el que las φ_i funciones son implementadas por las TLU del nivel M-1. Y recíprocamente, todo perceptrón puede considerarse como una L-máquina de M niveles siempre que las φ_i son f de umbral θ_i implementadas por las TLU del nivel M-1.

Demostración: Sea una L-máquina de M niveles y $C=2$. Entonces el nivel M consta de una TLU cuya salida es la de la L-máquina. Esta TLU recibe las salidas de las TLU del nivel M-1, las cuales reciben como input el vector $x^{(M-1)}$ perteneciente al $\Omega^{(M-1)}$ espacio imagen. Las TLU del nivel M-1 dependen de todos los niveles anteriores. La L-máquina puede considerarse formada por dos partes: todos los niveles desde el nivel 1 al nivel M-1 y la TLU del nivel M. La primera parte realiza las φ_i funciones del perceptrón, cuyos valores pueden identificarse con las salidas de las TLU del nivel M-1, no importa cual sea el $S(\varphi_i)$ de las TLU de ese nivel. Y la TLU del nivel M que recibe las señales del nivel inmediatamente anterior realiza $\psi(x)$. Los pesos $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ son los pesos de las conexiones de las TLU del nivel M-1 con la TLU del nivel M. El umbral θ es el a_0 de la TLU del nivel M. Por tanto, la máquina así considerada es un perceptrón.

Recíprocamente: Sea un perceptrón que realiza $\psi(x)$. por la proposición 2A, todo perceptrón es una TLU en la cual φ_i es un componente del vector de input. Esa TLU que

recibe $\phi(x)$ es la TLU del nivel M de una máquina de M niveles. Las φ_i son calculadas por las TLU del nivel M-1 que son dependientes de todos los demás niveles hasta un total de M-1. Es decir, cada φ_i es calculada por una máquina de M-1 niveles, lo cual siempre puede ser cierto sin mas que suponer que cada nivel repite lo del nivel siguiente. Los pesos $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m$ del perceptrón son los pesos con los que las TLU del nivel M-1 inciden en la TLU del nivel M. El umbral θ del umbral de la TLU del nivel M. La L-máquina clasifica los patrones en dos categorías. Si el perceptrón es de orden k o de diámetro limitado la proposición 3A se ajusta a cada caso.

Hay que notar que:

- (i)-Las φ_i al ser implementadas por las TLU del nivel M-1 abarcan todos los demás niveles hasta el primero.
- (ii)-El método de refuerzo o de apredizaje sólo puede ser aplicado a la TLU del último nivel, por lo que quedan inalterados los pesos de las TLU de todos los demás niveles. El teorema de convergencia de los procedimientos de refuerzo sólo se aplica en éste caso, no cuando se alteran los otros niveles. Es evidente que el procedimiento puede aplicarse a cualquier TLU de cualquier nivel pero entonces el resultado queda circunscrito a la TLU de ese nivel, pero en absoluto se extiende al total de la máquina.

B-Perceptrones de orden k.

Proposición 2B: Todo perceptrón de orden k es una TLU en la que cada φ_i es un componente del vector de input para la TLU y $|S(\varphi_i)| \leq k$.

Demostración: Si la proposición 2A es cierta sea cual sea

$S(\varphi_i)$, lo será cuando $|S(\varphi_i)| \leq k$.

Proposición 3B: Todo perceptrón de orden k es una ϕ -máquina cuyas ϕ_j , $j=1, 2, \dots, m$, dependen de un número

de puntos de la retina menor o igual a k y $C=2$. Recíprocamente, toda Φ -máquina cuyas ϕ_j dependen de k puntos de la retina y $C=2$, es un perceptrón de orden k .

Demostración: El teorema 1.5.3 (Minsky y Papert, 1969) asegura que ψ es de orden k si y sólo si k es el número más pequeño de mask que satisfacen:

$$|S(\psi)| \leq k$$

$$\text{y } \psi \in L(\Phi)$$

Si ψ es de orden k entonces $|S(\psi)| \leq k$. Por la proposición 3A, a todo perceptrón le corresponde una Φ -máquina y si el perceptrón $\forall \psi \in \Phi$, $|S(\psi)| \leq k$, entonces la Φ -máquina correspondiente tendrá sus ϕ_j dependientes de k puntos de la retina. Recíprocamente: si existe una Φ -máquina cuyas ϕ_j dependen de $\leq k$ puntos de la retina y $C=2$, el perceptrón correspondiente tiene sus ψ_j dependientes de $\leq k$ puntos, con lo que $|S(\psi)| \leq k$, y $\psi \in L(\Phi)$ por lo que por el teorema 1.5.3, es de orden k .

Proposición 4B: Toda L-máquina de M niveles y $C=2$ cuyas TLU dependan de $\leq k$ puntos de la retina, es un perceptrón de orden k cuyas ψ_j funciones son realizadas por las TLU del nivel $M-1$. Y recíprocamente, todo perceptrón de orden k puede considerarse como una L-máquina de M niveles siempre que las ψ_j sean realizadas por TLU del nivel $M-1$ y dependan de $\leq k$ puntos de la retina, $C=2$.

Demostración: La L-máquina a la que corresponde un perceptrón por la proposición 4A consta de TLU del penúltimo nivel que dependen de $\leq k$ puntos. Las ψ_j que son realizadas

por esas TLU dependerán de k puntos. Por tanto, el perceptrón correspondiente es de orden k . Recíprocamente, por la proposición 4A todo perceptrón puede considerarse como una máquina de niveles siempre que las φ_i sean funciones lineales de umbral, o sea son realizadas por TLU; puesto que ésto es así, al perceptrón le corresponde una L -máquina en la que las φ_i funciones son realizadas por las TLU del nivel $M-1$, y puesto que las φ_i funciones dependen de k puntos, las TLU que las realizan dependerán también de k puntos. Y, ya que el perceptrón clasifica en dos categorías, $C=2$.

C- Perceptrones de diámetro limitado.

Proposición 2C: Todo perceptrón de diámetro limitado es una TLU en la que cada φ_i del perceptrón es un componente del vector de input de la TLU y diámetro de $(S(\varphi_i)) \leq 2r$ para cada φ_i .

Demostración: Puesto que la proposición 2A es cierta sea cual sea $S(\varphi_i)$, será cierta cuando cada φ_i registra la situación en una región de la retina de diámetro igual o menor que $2r$.

Proposición 3C: Todo perceptrón de diámetro limitado es una Φ -máquina cuyas ϕ_j , $j=1, 2, \dots, m$, dependen de una región de la retina tal que diámetro de $(S(\phi_j)) \leq 2r$ y $C=2$; y recíprocamente.

Demostración: A todo perceptrón le corresponde una Φ -máquina (por la proposición 3A). Si las funciones φ_i del perceptrón dependen cada una de una de una región limitada de la retina, las ϕ_j de la Φ -máquina dependen cada una de esa región determinada. Como el perceptrón clasifica en dos categorías, $C=2$.

Proposición 4C: Toda L-máquina, $C=2$, cuyas TLU del nivel $M-1$ dependen de una región limitada de la retina de diámetro menor o igual a $2r$, es un perceptrón de diámetro limitado cuyas φ_i son calculadas por las TLU del nivel $M-1$.

Demostración: La L-máquina tiene M niveles y clasifica los patrones en dos categorías. La TLU final realiza $\psi(x)$ de un perceptrón (por la proposición 4A). Esta TLU final recibe las salidas del nivel $M-1$ cuyas TLU calculan las φ_i del perceptrón y dependen de regiones limitadas de la retina. Por tanto, $\text{diámetro de } (S(\varphi_i)) \leq 2r$. Además $\psi \in L(\Phi)$ donde Φ es el conjunto de φ_i realizadas por las TLU del penúltimo nivel. Por definición de orden (ver 3.1.2) la L-máquina así considerada es un perceptrón de diámetro limitado.

Hay que notar que:

- (i)-Los predicados parciales, al ser calculados por las TLU del nivel $M-1$, dependen de todos los niveles hasta el primero.
- (ii)-Puesto que es indiferente como se calcula φ_i (ver definición de perceptrón en 3.1.1), éstas pueden ser implementadas por una máquina de niveles, como de hecho lo son en el perceptrón correspondiente a una L-máquina; efectivamente, cada TLU del nivel $M-1$ es la TLU final de una máquina de $M-1$ niveles.
- (iii)-El método de refuerzo sólo se aplicará a las conexiones de las TLU del nivel $M-1$ con la del nivel M , ya que así se ha hecho corresponder el perceptrón, por lo que los demás niveles quedan inalterados.

Las proposiciones 4A, 4B y 4C muestran que el perceptrón de Minsky y Papert (1969) no es necesariamente una máquina de dos niveles aunque sí es una máquina en la que la computación se realiza en dos estadios. En la definición no se especifica cómo los predicados parciales se calculan. Las φ_i pueden ser realizadas por TLU que a su vez reciben sus inputs de otras TLU, y así sucesivamente, configurándose ellas mismas como las funciones realizadas por una máquina de niveles. Pueden ser, también, funciones no lineales de los componentes de x (como sucede en la Φ -máquina). Pueden calcular la ausencia o presencia de diversos rasgos en el espacio de patrones.

Los resultados obtenidos en la teoría de perceptrones pueden, ahora, ser aplicados con toda precisión a los tipos de máquinas que cumplen las condiciones enunciadas en las respectivas proposiciones.

Por último, no hay que confundir el perceptrón de Gamba en el que cada φ_i es realizada por un perceptrón de orden 1, y, por tanto, pueden tener $N \times N = R$ entradas cada una, con el perceptrón de orden k cuyas φ_i son funciones lógicas de umbral que dependen necesariamente de $4k$ puntos de la retina, o con el perceptrón de diámetro limitado cuyas φ_i son funciones lógicas de umbral que dependen de un área limitada de la retina de diámetro menor o igual que $2r$. En el perceptrón de Gamba, las φ_i pueden tener como dominio toda la retina; ello no sucede con las φ_i de perceptrones de orden k o de diámetro limitado.

3.4. Un teorema para perceptrones de diámetro limitado.

3.4.1. Definición 1: Un perceptrón de diámetro limitado es un perceptrón en el que para cada $\varphi_i \in \Phi$, $S(\varphi_i)$ está compuesto por los puntos situados en una región de la retina cuyo diámetro es menor o igual a $2r$, donde r es una constante.

El diámetro de $S(\varphi_i)$ puede considerarse como longitud absoluta o en función del tamaño de R . En este trabajo es indiferente elegir una u otra posibilidad.

Los perceptrones de diámetro limitado de longitud absoluta son, en sus resultados negativos, un caso especial de la teoría de perceptrones de orden finito y son menos potentes que éstos. La longitud $2r$ o el área de la retina de la que depende φ_i se elige de modo que no abarque toda la figura pero pueda calcular aspectos importantes de X .

Definición 2: X es conexo si no existe $A \subset X$ y $B \subset X$, tal que $A \cap B = \emptyset$ y $A \cup B = X$.

Definición 3: Dos cuadrados o puntos de la retina son adyacentes si tienen un lado común.

Definición 4: X es conexo si $\forall p, q \in X$, existe una secuencia de puntos en X $s(p, q): p = p_1, p_2, \dots, p_n = q$ tal que p_i es adyacente a p_{i+1} .

Definición 5:

$$\psi_{\text{CONEXO}}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si y sólo si } X \text{ es una figura} \\ & \text{conexa.} \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

3.4.2. Teorema: ψ_{CONEXO} no puede ser calculado por un perceptrón de diámetro limitado. O también: ningún perceptrón de diámetro limitado puede decidir si las partes que componen una figura están conectadas unas a otras.

Demostración: La demostración que sigue es la ofrecida por Minsky y Papert (1969, pp. 12, 13 y 14). Aquí se presenta más explícita.

Se desea construir un perceptrón de diámetro limitado que realice:

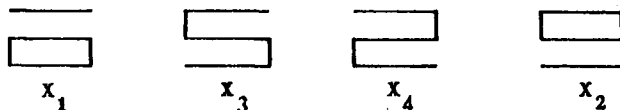
$$\psi_{\text{CONEXO}}(x) = \begin{cases} 1 & \Leftrightarrow X \text{ es conexo} \\ 0 & \text{de otro modo} \end{cases}$$

Sea tal perceptrón \mathcal{P} que realiza

$$\psi(x) = \lambda \left[\sum_{j=1}^m \alpha_j \varphi_j(x) - \theta \right]$$

tal que $\forall \varphi_i, d(S(\varphi_i)) \leq 2r$, d : diámetro de la región.

Sean las figuras siguientes:



cuyas dimensiones han sido elegidas de modo que $2r$ es mucho menor que la longitud y anchura de las figuras.

Se considera

$$\sum_{j=1}^m \alpha_j \varphi_j(x)$$

compuesto por tres sumandos, por lo que:

$$\sum_{j=1}^m \alpha_j \varphi_j(x) - \theta = \sum_{\text{GRUPO 1}} \alpha \varphi(x) + \sum_{\text{GRUPO 2}} \alpha \varphi(x) + \sum_{\text{GRUPO 3}} \alpha \varphi(x) - \theta \quad (18)$$

Es claro que se han agrupado las φ_i teniendo en cuenta la situación de su $S(\varphi_i)$ bien a la izquierda-GRUPO 1-, bien a la derecha-GRUPO 2-, bien en el centro-GRUPO 3-, como puede verse en la figura 4.

Puesto que X_1 es no conexo, $\psi(X_1) = 0$; lo que quiere decir que (18) es menor que cero.

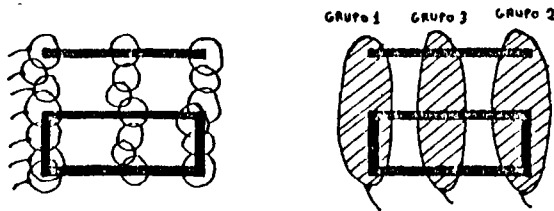


Figura 4. Situación de los soportes de cada φ_i

Puesto que X_3 es conexo, $\psi(X_3)=1$; lo que quiere decir que (18) es mayor que cero.

Ahora bien, en el cambio de X_1 a X_3 sólo el GRUPO 1 de predicados parciales ha sido afectado, quedando los demás sumandos inalterados; es decir, $\sum_{\text{GRUPO 1}} \alpha \varphi(x)$ ha aumentado al pasar de X_1 a X_3 hasta el punto de hacer la expresión (18) positiva.

Puesto que X_4 es conexo, $\psi(X_4)=1$; lo que quiere decir que (18) es mayor que cero.

Ahora bien, en el cambio de X_1 a X_4 sólo el GRUPO 2 de funciones parciales ha sido afectado, quedando inalterados los demás sumandos; es decir, $\sum_{\text{GRUPO 2}} \alpha \varphi(x)$ ha aumentado al cambiar de X_1 a X_4 hasta el punto de hacer la expresión (18) positiva.

Si se cambia de X_1 a X_2 , cambian a la vez la suma del GRUPO 1 y la suma del GRUPO 2, haciéndolo en la misma cantidad que cuando se cambia de X_1 a X_2 , para el GRUPO 1, y de X_1 a X_4 , para el GRUPO 2. Por tanto, $\sum_{\text{GRUPO 1}} \alpha \varphi(x)$ aumenta hasta hacer a (18) mayor que cero y $\sum_{\text{GRUPO 2}} \alpha \varphi(x)$ también aumenta hasta hacer a (18) mayor que cero, mientras que $\sum_{\text{GRUPO 3}} \alpha \varphi(x)$ permanece constante. Por lo cual, para X_2 :

$$\sum_{\text{GRUPO 1}} \alpha \varphi(x_1) + \sum_{\text{GRUPO 2}} \alpha \varphi(x_1) + \sum_{\text{GRUPO 3}} \alpha \varphi(x_1) - \theta > 0 \Rightarrow \psi(X_2)=1$$

Es decir, se clasifica X_2 como figura conexa. Pero ello es incorrecto puesto que esa figura es precisamente no conexa y por definición del perceptrón \mathcal{P} construido $\psi(X_2)=0$. El perceptrón \mathcal{P} al calcular correctamente el predicado ψ para X_1, X_3, X_4 debe aceptar X_2 como conexa lo cual es falso. Luego tal perceptrón \mathcal{P} no existe.

En conclusión: Lo que se ha demostrado para ψ_{CONEXO} es que si los predicados parciales φ_i son calculados a partir de unas regiones de la retina y tal que estas regiones son limitadas, no existe un vector de pesos $\hat{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m, -\theta)$ tal que:

$\hat{\alpha} \hat{\varphi}(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \Omega_1$, y por tanto $x \in \Omega_1$, X es conexo

$\hat{\alpha} \hat{\varphi}(x) > 0 \Leftrightarrow x \in \Omega_2$, y por tanto $x \in \Omega_2$, X es no conexo

Lo cual quiere decir que si en el conjunto $X = \{X_1, X_2, X_3, X_4\}$ se establece una partición en dos clases $X_1 = \{X_1, X_2\}$, y $X_2 = \{X_3, X_4\}$, estas clases no son linealmente separables mediante un perceptrón de diámetro limitado. Observar que los vectores a los que se refiere la no separabilidad no son x_1, x_2, x_3, x_4 correspondientes a las figuras en el espacio R de n dimensiones, sino a los vectores $\varphi(x)$ de m dimensiones, del espacio cuyas coordenadas son los predicados parciales, φ_i .

Este teorema, de acuerdo con las proposiciones demostradas con anterioridad, puede aplicarse a:

- (i)-toda TLU cuyas X_i sean regiones limitadas de la retina
- (ii)-toda \mathcal{P} -máquina cuyas φ_j dependan de regiones limitadas de la retina y $C=2$ (por la proposición 3C)

(iii)-toda L-máquina de clasificación en dos categorías en la que las TLU del nivel $N-1$ dependan de una región de la retina de diámetro menor o igual que $2r$ (por la proposición 4C). Esta afirmación será utilizada para emitir predicciones experimentales a partir del modelo que se describe en el apartado 4 y en la conclusión (apartado 8) para indicar la inutilidad de solucionar el problema de la discriminación de figuras conexas/no conexas aumentando los niveles de la máquina siempre que se mantenga el hecho de que las TLU del nivel $M-1$ dependan de regiones limitadas de la retina. Lo decisivo es que las ψ_i dependan de áreas limitadas de la retina; que es indiferente como se calculen esas funciones; y que deben incidir en paralelo para dar lugar a $\psi(x)$. Por ello el teorema es válido tanto en un proceso serial-paralelo como un proceso paralelo - paralelo (Hawkins, 1969).

El teorema que se ha estudiado es uno de los más destacado por todos los autores que comentan el trabajo de Minsky y Papert (1969). Entre ellos, Block (1970), Duda y Hart (1973), Hunt (1975), Suppes y Rottmayer (1974).

Por último, es necesario indicar que para computar ψ_{CONEXO} puede construirse una máquina secuencial muy simple (Suppes y Rottmayer, 1974, teorema 9).

3.5. Método de entrenamiento no paramétrico para máquinas lineales.

3.5.1. Hasta aquí se ha dado por supuesta la existencia para cada TLU de una función discriminante lineal concreta y, por tanto, de una función de decisión tal que $f(x)=1$ si $x \in \Omega_1$ y $f(x)=0$ si $x \in \Omega_2$. Obtenida la función, la máquina clasifica todos los patrones que se le presentan asignándoles 1 ó 0. El problema es clasificar unos patrones dada la máquina.

En este apartado se plantea el problema inverso: dado un conjunto de patrones y una clasificación conocida en dos categorías o clases X_1 y X_2 , linealmente separables, encontrar la TLU que efectivamente los separa. Formalmente: sea el conjunto $X = \{x_1, x_2, x_3, \dots, x_L\}$ de patrones y dos clases de los vectores patrones correspondientes $X_1 = \{x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots\}$ y $X_2 = \{x_1^{(2)}, x_2^{(2)}, \dots\}$ que son linealmente separables y por tanto existe un hiperplano que divide al espacio Ω_x en dos semiespacios tales que los puntos de X_1 quedan en Ω_1 y los puntos de X_2 en Ω_2 . El problema es encontrar un procedimiento para entrenar la TLU a responder 1 a los vectores de X_1 y 0 a los de X_2 ; o también, considerando X como conjunto de entrenamiento, encontrar el hiperplano de separación de las dos clases conocidas; ahora bien, el hiperplano en el espacio Ω_x queda determinado por \hat{w} , vector de pesos. Entrenar a una TLU a dicotomizar el conjunto de entrenamiento en las dos clases X_1, X_2 , separables linealmente, es entrenarle a encontrar el vector de pesos \hat{w} tal que el hiperplano, cuya ecuación es $\hat{w}x=0$, separe X_1 y X_2 efectivamente.

El procedimiento de entrenamiento de la TLU puede describirse como sigue: Sea el conjunto X de vectores con una

clasificación en dos categorías linealmente separables. Se considera el conjunto de vectores aumentados \hat{x} ; puesto que las clases son linealmente separables existe un vector \hat{w} desconocido (mas exactamente, una región solución a la que \hat{w} pertenece) tal que:

$$\hat{w}\hat{x} > 0 \quad \forall x | x \in \Omega_1, \quad \text{y, por tanto, } x \in \mathcal{X}_1$$

$$\hat{w}\hat{x} \leq 0 \quad \forall x | x \in \Omega_2, \quad \text{y, por tanto, } x \in \mathcal{X}_2$$

donde $\hat{w} = (w, w_0)$ y $\hat{x} = \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$

Siendo $\hat{\mathcal{X}}$ el conjunto de vectores aumentados, $S_{\hat{x}}$ es una secuencia de entrenamiento tal que:

(i) cada $\hat{x} \in S_{\hat{x}}$ es un vector patrón de

(ii) cada \hat{x} puede ocurrir con una frecuencia infinita en $S_{\hat{x}}$

$S_{\hat{x}}$ puede ser:

$$S_{\hat{x}}: \hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_L, \hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_L, \hat{x}_1 \hat{x}_2, \dots$$

si \hat{x}_i es el i -ésimo miembro de la secuencia de entrenamiento $S_{\hat{x}}$, $\hat{w}(i)$ es la i -ésima estimación del vector de pesos. El vector de pesos inicial puede ser elegido arbitrariamente; en el apartado 6, $\hat{w}(1) = (0, 0, \dots, 0)$. El algoritmo de entrenamiento es el siguiente:

$$\begin{aligned} \text{si } \hat{w}(i)\hat{x}_1 > 0 \text{ y } \hat{x}_1 \in \hat{\mathcal{X}}_1 \text{ entonces } w(i+1) &= \hat{w}(i) \\ \text{si } \hat{w}(i)\hat{x}_1 \leq 0 \text{ y } \hat{x}_1 \in \hat{\mathcal{X}}_1 \text{ entonces } \hat{w}(i+1) &= \hat{w}(i) + \hat{x}_1 \\ \text{si } \hat{w}(i)\hat{x}_1 \leq 0 \text{ y } \hat{x}_1 \in \hat{\mathcal{X}}_2 \text{ entonces } \hat{w}(i+1) &= \hat{w}(i) \\ \text{si } \hat{w}(i)\hat{x}_1 > 0 \text{ y } \hat{x}_1 \in \hat{\mathcal{X}}_2 \text{ entonces } \hat{w}(i+1) &= \hat{w}(i) - \hat{x}_1 \end{aligned} \quad (19)$$

Se produce también una secuencia de vectores de pesos:

$$S_{\hat{w}}: \hat{w}_1, \hat{w}_2, \hat{w}_3, \dots$$

El procedimiento anterior es el expuesto por Nilsson (1965, p.70) como procedimiento de entrenamiento de corrección del error usando incremento fijo. Opera de modo siguiente:

(i) presenta secuencialmente a la máquina cada uno de los patrones que han de ser clasificados- uno en cada ensayo; no importa el orden, pero cada patrón debe aparecer varias veces; habitualmente en la secuencia S_k los vectores se presentan cíclicamente como ya se ha expuesto; una vez que se ha pasado todo el conjunto de patrones se comienza desde el principio; cada paso de todo el conjunto de entrenamiento se llama iteración.

(ii) para cada patrón presentado se pregunta si la salida es la deseada de acuerdo con la clasificación realizada en el conjunto X . Si la salida es la adecuada se pasa al próximo patrón con el mismo vector de pesos; si la salida no es la adecuada, entonces se realiza la corrección del error a fin de obtener una respuesta deseada de acuerdo con el algoritmo de entrenamiento (19); se pasa al siguiente patrón y se actúa del mismo modo.

(iii) el proceso continúa hasta que la solución correcta es lograda. Según el teorema que se expone en el apartado 3.6 este algoritmo produce una secuencia de vectores de pesos que es convergente. Si los dos subconjuntos son linealmente separables la secuencia S_k converge hacia un vector de pesos solución. Es decir, el algoritmo (19) encuentra la solución en un número finito de pasos y la solución no tiene por qué ser única ya que existe una región solución.

El algoritmo (19) de una manera más sencilla y más útil para el proceso de simulación. Si $\hat{w}x > 0$, $x \in \hat{X}_1$ y $\hat{w}x \leq 0$, $x \in \hat{X}_2$.

entonces $\hat{\omega}(-\hat{x}) > 0$ y $\hat{x} \in \hat{X}_1$

Por tanto, si se hace:

$$\hat{y} = \begin{cases} \hat{x} & \text{si } \hat{x} \in \hat{X}_1 \\ -\hat{x} & \text{si } \hat{x} \in \hat{X}_2 \end{cases} \quad (20)$$

se define un conjunto de vectores de entrenamiento $\hat{Y} = \{\hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots\}$, una secuencia de vectores $S_{\hat{y}}: \hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots, \hat{y}_L, \hat{y}_1, \hat{y}_2, \dots$, que se corresponden con \hat{X}_1 y $S_{\hat{x}}$ y hace que el algoritmo (19) se transforme en:

$$\begin{aligned} \text{si } \hat{\omega}(1)\hat{y}_1 > 0 & \text{ entonces } \hat{\omega}(1+1) = \hat{\omega}(1) \\ \text{si } \hat{\omega}(1)\hat{y}_1 \leq 0 & \text{ entonces } \hat{\omega}(1+1) = \hat{\omega}(1) + \hat{y}_1 \end{aligned} \quad (21)$$

3.5.2. Extensión del procedimiento de entrenamiento a $\hat{\Phi}$ -máquinas (de $C=2$), perceptrones y L-máquinas (de $C=2$).

Puesto que una $\hat{\Phi}$ -máquina puede ser implementada por un $\hat{\Phi}$ -procesador seguido de una máquina lineal, en el caso de $C=2$ queda reducida a un $\hat{\Phi}$ -procesador seguido de una TLU y por tanto el procedimiento de entrenamiento puede ser empleado en la TLU, quedando fijo el $\hat{\Phi}$ -procesador (ver figura 5). Los vectores patrones que han de ser usados en el entrenamiento son los $\hat{\Phi}(x)$ del espacio $\Omega_{\hat{\Phi}}$ no los x del espacio Ω_x . Si se asume que las dos clases son separables cuando se transforman por un conjunto de funciones lineales o no, $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_m$, estas dos clases son separables en $\Omega_{\hat{\Phi}}$ y existe un \hat{a} tal que:

$$\begin{aligned} \hat{a} \hat{\Phi}(x) &> 0 \quad \forall x \in X_1 \\ \hat{a} \hat{\Phi}(x) &\leq 0 \quad \forall x \in X_2 \end{aligned}$$

donde $\hat{a} = (a, a_0)$ y $\hat{\Phi}(x) = \begin{pmatrix} \Phi(x) \\ 1 \end{pmatrix}$. Por tanto el algoritmo (21) puede ser empleado en la $\hat{\Phi}$ -máquina haciendo:

$$y = \begin{cases} \hat{\Phi}(x) & \text{si } x \in X_1 \\ -\hat{\Phi}(x) & \text{si } x \in X_2 \end{cases} \quad (22)$$

Es decir, usando $\hat{\Phi}(x)$ como si fueran los vectores patrones de entrenamiento.

Puesto que todo perceptrón es una de $C=2$, el algoritmo de entrenamiento(21) puede ser empleado en un perceptrón (Minsky y Papert, 1969; Rosenblatt, 1960) sin más que hacer:

$$y = \begin{cases} \hat{\Psi}(x) & \text{si } x \in X_1 \\ -\hat{\Psi}(x) & \text{si } x \in X_2 \end{cases} \quad (23)$$

Los vectores de entrenamiento son los vectores $\varphi(x) = (\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots)$ no los vectores x . Por tanto el algoritmo(21) puede utilizarse en un perceptrón de diámetro limitado cuyas φ_i funciones dependen (del modo que sea) de una región de la retina de diámetro menor o igual que $2r$.

Por último el procedimiento de entrenamiento puede ser utilizado en la TLU del nivel M de una máquina de M niveles y $C=2$, y, por tanto, en una L -máquina tal que las TLU del nivel $M-1$ dependan de regiones limitadas de la retina. El conjunto de entrenamiento es el conjunto de vectores del espacio imagen Ω_{M-1} , es decir, $X^{(M-1)}$, por lo que el resto de la máquina permanece inalterada. Por ello basta con hacer:

$$y = \begin{cases} \hat{x}^{(M-1)} & \text{si } \hat{x}^{(M-1)} \in X_1 \\ -\hat{x}^{(M-1)} & \text{si } \hat{x}^{(M-1)} \in X_2 \end{cases} \quad (24)$$

Por la correspondencia establecida en la proposición 4C, si existe una L -máquina y $TLU_{j, M-1} = \varphi_j$.

$$\hat{\varphi}(x) = \hat{x}^{(M-1)}$$

Ver esta correspondencia en la figura 6.

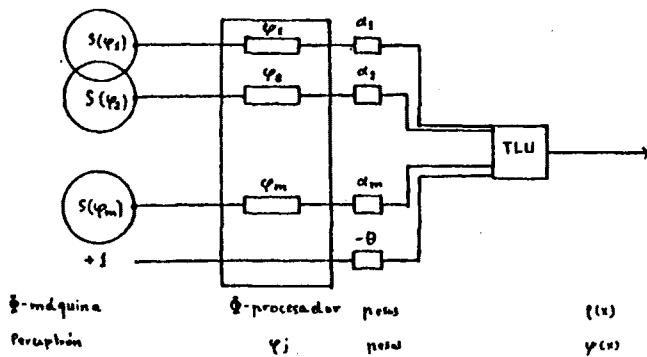


figura 5. Similitud entre perceptrones y ϕ -máquinas. Las φ_i tienen como soportes $S(\varphi_i)$ independientemente de la manera de calcularlas.

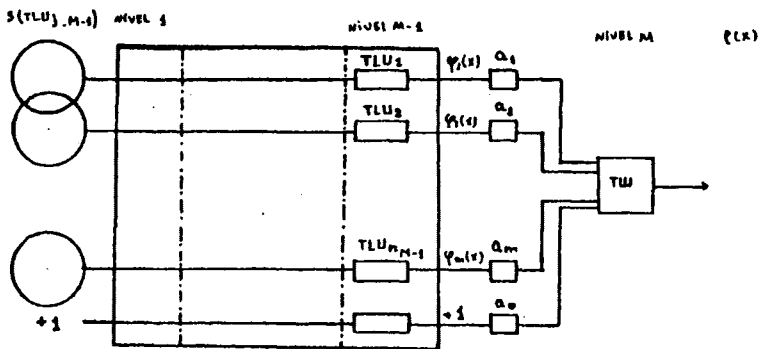


figura 6. Similitud entre perceptrones y L-máquinas. Las TLUs del nivel M-1 tienen como soportes una región limitada de la retina.

3.6. Teorema de convergencia del entrenamiento por corrección del error o teorema de convergencia del perceptrón.

Puesto que es un teorema suficientemente probado y difundido por la literatura que trata de reconocimiento de patrones sólo se presenta la enunciación del mismo:

Sea $X = \{x_1, x_2, \dots\}$ un conjunto de vectores patrones de entrenamiento tal que cada vector patrón de X pertenece a X_1 o a X_2 y las clasificaciones son conocidas. Si X_1 y X_2 son linealmente separables, entonces el algoritmo (19) converge en un número finito de pasos.

El teorema es también enunciado así: Siendo S_k la secuencia de pesos generados por la secuencia de entrenamiento S_y utilizando el algoritmo (21) y comenzado con cualquier vector de pesos inicial, entonces para algún índice finito k_0

$$w(k_0) = w(k+1) = w(k+2) = \dots$$

es un vector solución.

La demostración puede encontrarse en Block(1962), Duda y Hart(1973), Minsky y Papert(1969), Nilsson (1965), Novikoff (1963), Rosenblatt(1960), Singleton(1962), Young y Calvert(1974), entre otros. Hay que observar que la solución no es única, sino que existen un número infinito de soluciones: cada uno de los puntos situados en la región solución.

Las máquinas a las que puede aplicarse el teorema anterior son todas aquellas a las que puede aplicarse el algoritmo (21), es decir: A las TLU; a las Φ -máquina; a los perceptrones de cualquier clase; y a la TLU final de una L-máquina de M niveles y $C=2$, si y sólo si $X_1^{(M-1)}$ y $X_2^{(M-1)}$ son linealmente separables.

3.7. Discusión.

El perceptrón (como máquina de computación en paralelo) está en el extremo de una gama de máquinas cuyo otro extremo está ocupado por la máquina de Turing (como máquina de computación serial). Es una máquina específica puesto que se construye para reconocer automáticamente un tipo de objetos, mientras que la de Turing es una máquina universal, ya que teóricamente es capaz de realizar todo tipo de tareas. Puede ocuparse mejor de predicados que son locales (como convexidad) que de predicados que son globales (como ψ_{CONEXO}). Estas características, señaladas por Papert y Voyat (1968), se extienden a las máquinas puestas en correspondencia con el perceptrón. Ahora bien, el perceptrón tiene características que le han hecho ser abundantemente utilizado y presentado como un modelo del funcionamiento del sistema nervioso. Es verdad que la definición de Minsky y Papert (1969) es más restringida que la de Rosenblatt (1958) pero, en cambio, sus resultados pueden ser aplicados a una gran variedad de máquinas (Hunt, 1975). Sus resultados se aplican a las máquinas que aprenden y son especialmente atractivos si se considera el teorema enunciado en el apartado anterior. Este teorema tiene como supuesto básico que \mathcal{X}_1 y \mathcal{X}_2 son linealmente separables y muestra que, si ese es el caso, el algoritmo converge en w (la solución) en un número finito de pasos, pero no expresa el valor de k_0 (ya que es función del vector solución w). Con el algoritmo no puede decidirse si \mathcal{X}_1 y \mathcal{X}_2 son no separables linealmente ya que puede terminar en un k_0 elevado.

Es necesario contar con otra teoría que incluya teoremas que indiquen cuando, con una máquina de estructura dada, se puede o no encontrar la solución; es decir, que ponga en evidencia la clase de tareas que puede realizar una determinada máquina independientemente de su capacidad de aprender. Esta teoría, independiente de la de máquinas que aprenden, es el trabajo de Minsky y Papert(1969). Al establecer correspondencias entre perceptrones y máquinas se aprovecha todo lo referente a ambos sistemas.

4. Un modelo del sistema visual del gato para el reconocimiento de patrones.

4.1 Descripción del modelo.

El esquema general es idéntico al de los modelos que habitualmente se utilizan en la teoría de reconocimiento de patrones mediante la selección de rasgos (Kitter, 1.975). Es decir consta de tres partes (representados en la figura 7): un transductor o retina, un selector de rasgos y un clasificador. El sistema total corresponde a lo que Sutherland (1.964a, 1964b) denomina "analizador". Sutherland (1.968, 1969b, 1.973) considera que este analizador consta de dos partes bien definidas: procesador y memoria (store); Arbib et al. (1.976) designan de modo distinto las tres partes antes consideradas: retina, preprocesador y procesador; Rosenblatt (1.958) indica la correspondencia de cada parte con el sustrato neurológico: retina, áreas de proyección y áreas de asociación. En este trabajo se ha preferido el lenguaje más neutro de reconocimiento de patrones. El contenido y funciones generales de cada parte es idéntico a las señaladas por los autores antes mencionados.

La tesis de este trabajo es que el sistema de reconocimiento de patrones es un perceptrón de diámetro limitado. Las partes del modelo son las partes correspondientes a ese perceptrón. La retina R es el transductor; el selector de rasgos, que engloba el sistema formado por las células ganglionares retineanas hasta las células hipercomplejas de orden superior, realiza las ψ funciones parciales que dependen de regiones limitadas de la retina;

y el clasificador, cuya radicación fisiológica se discute en los apartados 4.1.3 y 5.4.1, realiza los predicados

ψ_i que dependen linealmente y en paralelo de las funciones y cuyas salidas son la asignación de los patrones presentados a la retina a las clases correspondientes. El sistema es también una Φ -máquina y las ψ_i funciones parciales pueden ser computadas de modo lineal o no lineal. En este caso, el modelo se construirá sólo para formas visuales presentadas verticalmente; evidentemente, la generalidad de aplicación disminuye pero no por ello disminuye la extensión y generalidad de las conclusiones que con este modelo se obtengan. La idea que se incorpora al cálculo de las funciones ψ_i es unir el perceptrón con un analizador de rasgos compuesto por L-máquinas.

4.1.1 Transductor o retina

Se considera como tal el sistema retiniano formado por conos, bastones, células bipolares, células horizontales y células amacrinas. Su función, en este caso, es dicotomizar la iluminación que recibe de modo que la salida es 1 para regiones iluminadas y 0 para regiones no iluminadas. Es evidente que estas salidas son no realistas y que existen de esta parte modelos muy complejos tanto desde el punto de vista anatómico (Dowling y Boycott, 1.966) como fisiológicos (Rodieck, 1.973). Puesto que las figuras que se presentarán en la simulación están a su vez dicotomizadas en iluminación la función de la retina no es más que recibir esa iluminación y transmitirla a las células ganglionares retinianas.

4.1.2 Selector de rasgos

En el selector de rasgos se realiza el pre-procesamiento de la información visual, entendiendo por ello el control de la sensación y el análisis espacial-en este caso- que ocurre anterior al específico proceso de reconocimiento de patrones. La figura que aparece en la retina es analizada en términos de rasgos; la salida para cada forma es un vector cuyos componentes son los rasgos aquí considerados y su distribución en el campo visual, que son -- los detectados por las células hipercomplejas de orden superior: barras oscuras y rendijas de luz de una longitud determinada, esquinas y lengüetas. El selector tiene una acción neutral de detección más que de discriminación o percepción y es una etapa previa en el procesamiento de la información visual (Hubel y Wiesel, 1.963b, 1.977); los patrones no pueden ser discriminados en el selector o "procesador" (Sutherland, 1.969b). Por otra parte en los experimentos de contrastación del modelo, el animal de acuerdo con Sutherland (1.964a, 1.964b) y Sutherland y McKintosh (1.971) no sólo aprende a reconocer sino que aprende a conectar el selector de rasgos adecuado (en este caso el que analiza la forma), y a unir las emisiones del selector con las respuestas adecuadas. Pues bien, aquí únicamente se trata de la naturaleza del analizador como tal, no de los procesos de aprendizaje, de su conexión o la unión de sus salidas con las respuestas motoras manifiestas.

El sustrato biológico que realiza las funciones antes señaladas corresponde al sistema formado por la vía geniculocortical, estudiada por Hubel y Wiesel y cuya organización es:

Célula ganglionar retineana	Célula cuerpo geniculado lateral	Célula campo simple	Célula campo complejo	Célula campo hiper- complejo orden inferior	Célula campo hiper- complejo orden superior
-----------------------------------	---	---------------------------	-----------------------------	--	--

y se localiza en la retina, núcleo geniculado lateral y cortex (áreas 17, 18 y 19 o áreas I, II y III de Hubel y Wiesel, 1.965). El área 17 del cortex del gato,

en la que existen bloques que procesan la información para su envío a otras zonas del sistema nervioso, envía a su vez proyecciones a tres zonas definidas de los hemisferios ipsalateral y contralateral: al área 18, al área 19 y a la región del cortex que ocupa la parte lateral del gyrus suprasilviano (Hubel y Wiesel, 1.965). En las áreas 17, 18 y 19 se sitúan las células de campo simple, complejo e hipercomplejo formando la llamada organización columnar. Una columna es un agregado específico de células, formando una unidad funcional, que tienen una característica en común: orientación, dominancia ocular, preferencia por la dirección del movimiento, y que se disponen perpendiculares a la superficie extendiéndose desde ésta hasta la materia blanca. En las mismas áreas las columnas se agrupan en hipercolumnas que son bloques formados por columnas de orientación y dominancia ocular y que procesan información de una región determinada de la retina. El selector de rasgos no es modificable en el animal adulto y o bien es innato o bien está definitivamente fijado después de un aprendizaje previo en procesos de interacción con el ambiente en etapas tempranas de la vida del animal. Así ha sido considerado por Sutherland (1.969b) y Sutherland y McKintosh (1.971).

En el perceptrón, el selector de rasgos es el sistema de cómputo de las φ_i funciones parciales. Ahora bien, el trabajo de Hubel y Wiesel autoriza a considerar esta parte a la vez, como un conjunto de máquinas de niveles (en concreto, de seis niveles). El sistema geniculocortical consiste en una serie de conexiones convergentes y divergentes - tales que en cada nivel sucesivo de mecanismo de procesamiento, cada una de las neuronas responde a un estímulo visual de especificidad creciente y que cae sobre un área de la retina cada vez más amplia. Así pues los niveles de procesamiento son:

- I - Células ganglionares retinianas
- II - Células del cuerpo geniculado lateral
- III - Células de campo simple
- IV - Células de campo complejo
- V - Células de campo hipercomplejo de orden inferior
- VI - Células de campo hipercomplejo de orden superior

Las máquinas de niveles se configuran así:

(i) El input que entra en cada nivel sufre una serie de transformaciones que pueden determinarse conociendo los rasgos de disparo de las células de ese nivel (que se explicitarán en el apartado 5) y que pueden explicarse por mecanismos simples y bien conocidos como el impulso nervioso, sinapsis excitadoras e inhibidoras, convergencia de impulsos en una sola célula etc. (Hubel y Wiesel, 1.965, p. 282 y sgts.). Otros autores han considerado también el procesamiento de la información mediante los niveles citados anteriormente (Barlow, Narasimhan y Rosenfeld, 1.972)

(ii) Siendo N uno cualquiera de los niveles $N=1,2,\dots,6$, el espacio imagen Ω_N está constituido por coordenadas que

son las células del nivel \mathcal{N} .

(iii) Cada célula de nivel superior recibe aferencias de las células del nivel inferior según el sistema jerárquico debido a Hubel y Wiesel. En este trabajo se asume (y esta asunción se discute en el apartado 4.2.3) que toda célula es una TLU e implementa una función de umbral. Por tanto, y en general:

$\mathcal{C}(i, \mathcal{N})$ es la célula i -ésima del nivel \mathcal{N} que incide sobre $\mathcal{C}(j, \mathcal{N}+1)$

$\mathcal{C}(j, \mathcal{N}+1)$ es la célula j -ésima del nivel inmediato superior

n_j es el número de células del nivel \mathcal{N} que convergen sobre la j -ésima célula del nivel $\mathcal{N}+1$, por tanto, $i=1$ a n_j

$\theta(j, \mathcal{N}+1)$ es el umbral de la j -ésima célula del nivel $\mathcal{N}+1$

w_{ji} es el peso de la sinapsis de la célula i del nivel \mathcal{N} sobre la célula j del nivel $\mathcal{N}+1$

entonces:

$$\mathcal{C}(j, \mathcal{N}+1)(x) = \left[\sum_{i=1}^{n_j} w_{ji} \mathcal{C}(i, \mathcal{N})(x) - \theta(j, \mathcal{N}+1) \right] \quad (26)$$

Estas características autorizan a considerar cada una de las \mathcal{C}_i funciones como implementadas por una máquina de niveles. Es decir:

$$\mathcal{C}_j(x) = \mathcal{C}(j, 6)(x)$$

por tanto imbricadas y solapadas existen en el analizador de rasgos tantas L-máquinas de seis niveles cuantas funciones parciales se consideren en el perceptrón.

(iv) Cada una de las células hipercomplejas de orden superior tiene un campo receptor constituido por el área de la

retina desde la que puede ser influenciado el disparo de la célula (campo receptor en el sentido formulado por Harline, 1.940). Por otra parte cada hipercolumna, de la que forman parte las células hipercomplejas de orden superior, se ocupa de una región limitada de la retina llamada "campo agregado" o total (Hubel y Wiesel, 1.977). Por tanto cada L-máquina que corresponde a las células hipercomplejas superiores y calcula las ψ_i funciones depende de una región limitada de la retina lo que implica que el perceptrón compuesto por esas ψ funciones es un perceptrón de diámetro limitado. El funcionamiento del selector de rasgos así - considerado es el siguiente: las señales transmitidas por la retina son transformadas en su procesamiento por cada uno de los niveles del sistema visual. Las células de cada nivel responden a los rasgos para los cuales son detectores. Para cada nivel existe una salida al patrón original constituida por los rasgos que ese nivel ha detectado. La salida final del selector es un vector $\psi^{(x)}$ cuyos componentes son las respuestas de las células hipercomplejas de orden superior, vector que será el input para el clasificador.

4.1.3. Clasificador

Por clasificación se entiende el proceso de producción de señales neurales equivalentes para aquellos patrones que se encuentran en el mismo subconjunto o clase. En este trabajo el clasificador consta de células que reciben el output del selector de rasgos. Su vector de input es el vector de rasgos para cada figura presentada en la retina. Su finalidad es producir señales equivalentes para aquellos patro-

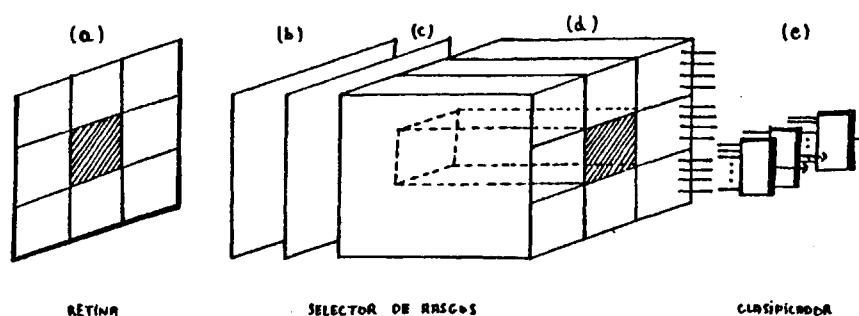


figura 7. esquema general del modelo propuesto:

(a) retina; (b) nivel de las células ganglionales retinianas; (c) nivel de las células del cuerpo geniculado lateral; (d) bloque de hipercolumnas; (e) clasificador. Se observará que la región retineana se ha dividido arbitrariamente en nueve regiones cada una de ellas servida por una hipercolumna, La región rayada está servida por la hipercolumna rayada. Arbitrariamente también cada hipercolumna tiene cuatro salidas y el bloque se dispone perpendicular a la retina. Todas las salidas inciden en las células del clasificador (e).

nes que tengan una configuración común y/o produzcan efectos parecidos en situaciones de aprendizaje. Es evidente que la clasificación en el caso de un animal la establece el ambiente o el experimentador asociando distintos patrones a efectos diferenciales.

La organización concreta está formada por células que reciben sus aferencias de las células hipercomplejas superiores involucradas en el proceso de detección. En concreto, cada célula del clasificador recibe aferencias de cada hipercolumna o maquinaria cortical y, para este trabajo, - de cada columna de orientación vertical y de cada célula hipercompleja (que detecta rasgos diferentes) perteneciente a esa columna que procesa la información de una región dada de la retina (campo agregado). Si esta organización es innata o no depende del tipo de patrones y configuraciones. Es evidente que existen patrones que actúan como disparadores innatos del mecanismo de clasificación. En el caso aquí presentado la organización se adquiere mediante procesos de aprendizaje.

La necesidad de células que recojan la información - procedente del selector de rasgos está ampliamente presente en la literatura tanto desde el punto de vista anatómico y fisiológico como desde la perspectiva de las teorías de la percepción basadas en la jerarquía de niveles. Para Pribram (1.971, p.138) el análisis de rasgos por sí solo no puede dar razón del reconocimiento de patrones y por tanto es necesario un mecanismo adicional y complementario. Para Hubel y Wiesel (1.977) la organización jerárquica que se - discutirá en el apartado 4.2.1. es un estado primario del procesamiento y no está autorizado concebir las células como detectores de formas con significado (por ejemplo sostener que las células de campo complejo son "detectores de - líneas rectas") ya que lo que las células de la vía geniculado-cortical detectan son patrones de luz en una disposición

determinada que caen sobre su campo receptor. En concreto, las células de campo complejo detectan un segmento o barra oscura o de luz de una anchura determinada; las células excitadas por una línea recta que cae en la retina pertenecen a varias columnas de varias hipercolumnas dispersas por la región cortical y que procesan las aferencias procedentes de las regiones de la retina sobre las que incide la línea recta; evidentemente el patrón de excitación no es "una línea recta"; por tanto, si existen detectores de formas serán células situadas más allá del área 17 en el mono, de las áreas 17, 18 y 19 del cortex del gato y de la retina en el caso de la rana. Es evidente que esas células tienen muchas de las características de las células "cardinales" de Barlow (1.972) o células "gnósticas" (Konorski, 1967) o células maestras citadas por Grüsser y Grüsser-Cornehlis, (1.976).

Evidencia experimental de la existencia de tales células ha sido presentada por varios autores. En la rana, Angle (1.968) indica que en el comportamiento existen habilidades como constancia y procesos de gestalt que no pueden ser predichos a partir de los conocidos hallazgos electrofisiológicos realizados en la retina. Lettvin et al (1.961) indican la existencia en el tectum óptico de la rana de neuronas que reciben sus aferencias de la retina y detectan estímulos "nuevos" es decir, estímulos que aparecen por primera vez en el campo receptor o estímulos "idénticos" y ya vistos. Ewert (1.974) y Ewert y von Seelen (1974) señalan que los datos obtenidos mediante microelectrodos en el tálamo y tectum óptico del sapo indican la existen-cia de unidades maestras que controlan las conductas de ca

za de la presa y evitación del predador características de los anuros.

También existe evidencia experimental de la existencia de unidades en el cortex inferotemporal del mono que responden a estímulos muy específicos. Los trabajos de Gross y col. (Gross, 1.973; Gross, Bender, y Rocha-Miranda, 1.969, 1.974) muestran que el cortex inferotemporal es una región que puede ser considerada como el sustrato de un estado superior de procesamiento de la información procedente del cortex estriado y que está relacionada con el reconocimiento de patrones visuales (detección de rasgos del estímulo, síntesis espacial y temporal y recuperación de la información visual). Tras razones fundamentales se aducen para apoyar la afirmación anterior: a) anatómicas: el cortex inferotemporal recibe aferencias del cortex estriado mediante la faja o zona circunestriada; b) comportamentales: la interrupción de la vía indicada en a) así como la lesión del cortex inferotemporal producen un déficit importante en el aprendizaje de discriminación de estímulos visuales; c) funcionales: las características de los campos de las células del cortex inferotemporal permiten inferir que son un estado superior de la jerarquía propuesta por Hubel y Wiesel en el cortex estriado y circunestriado del mono y del gato: campos receptores más grandes, rasgos disparadores más específicos que los de las neuronas del cortex estriado etc. Una característica de estas células hay que subrayar aquí: la existencia de células que tienen rasgos disparadores muy específicos por ejemplo la sombra de la mano de un mono o la silueta de una estrella (Gross, 1.973, p.107).

A fin de radicar las células clasificadoras en el cerebro del gato, es preciso mencionar dos trabajos recientes: Campbell (1.978) y Markuszka (1.978). El primero presenta evidencia experimental de que las regiones del cortex temporal posterior del gato van acompañadas por un deficit se vero en el aprendizaje de discriminación de patrones. El segundo registra las características funcionales de las unidades del gyrus suprasilviano posterior. Ambos autores com cluyen, por separado, que estas regiones, muy próximas en tre sí tienen una función similar al cortex inferotemporal del mono.

Así pues, puede suponerse que las células del gyrus suprasilviano pueden realizar la función de clasificación. Si en el futuro otra región se descubre que cumple esa función ningún perjuicio se deriva para el modelo aquí presen tado. Existen pues, una serie de células clasificadoras - que reciben su input de las células hipercomplejas de orden superior; estas células realizan los diversos predica dos φ_i . Su formalización, en general, es como sigue:

$$\psi_F(x) = \left[\sum_{i=1}^n \alpha_F(i) \varphi_i(k) - \theta_F \right] \quad (26)$$

donde ψ_F es el predicado para la familia F

$\varphi_i(x)$ es la salida de las células hipercomplejas de orden superior que están situadas en columnas de orientación vertical

$\alpha_F(i)$ es la fuerza de la sinapsis de la célula i sobre la célula clasificadora

θ_F es el umbral de la célula clasificadora para la familia F

Puesto que $S(x)$ es la región de la retina que constituye el campo receptor de cada célula hipercompleja superior y el campo receptor está incluido en el campo agregado

gado de cada hipercolumna, el perceptrón es un perceptrón de diametro limitado.

Por otra parte, todo el modelo puede considerarse para $\psi_f(x)$ como una máquina de siete niveles (de acuerdo con la proposición 4c) en la cual por (25):

$$\hat{\varphi}(x) = \hat{x}^{(6)}$$

Esta máquina es idéntica al perceptrón y por considerar, en este trabajo no las posibilidades sino las limitaciones se seguirá considerando el sistema como un perceptrón.

El funcionamiento del clasificador es como sigue: los vectores patrones que salen del selector de rasgos son computados por las células que implementan los diversos ψ_f . Su salida para cada patrón es 1 o 0 dependiendo del proceso de aprendizaje.

4.2: Características

A continuación se discuten alguna de las características más relevantes que son a la vez los supuestos fundamentales de una teoría de reconocimiento de patrones.

4.2.1. Jerarquía de niveles.

El procesamiento de la información visual se realiza en un sustrato biológico dispuesto en niveles de una manera jerárquica. Tanto desde el punto de vista estructural como funcional el cerebro está organizado jerárquicamente (Arbib, 1.973, P. 12; Szentágothai y Arbib, 1.974). Se recoge así una de las ideas fundamentales de Hubel y Wiesel (1.965, p. 282 y sgts.; 1.977) con respecto al sistema visual, con

siderado como un sistema convergente y divergente en las conexiones entre los distintos niveles. Las células ganglionares retinianas envían sus señales a las células del núcleo geniculado lateral. Las células simples reciben su input de las células del cuerpo geniculado con ciertas características comunes de orientación, disposición, etc. - El resultado del proceso de convergencia excitadora e inhibidora es un aumento en la especificidad de los rasgos disparadores. Las células simples envían señales excitadoras a las células de campo complejo, que tienen campos receptores más grandes pero con la misma orientación que las células de las que reciben sus inputs. El paso de las células de campo simple a las de campo compuesto incluye la generalización de una de las modalidades del estímulo: la orientación. Unas pocas células de campo complejo incluyen de con sinapsis excitadoras e inhibidoras sobre las células de campo hipercomplejo de orden inferior que poseen rasgos disparadores muy específicos. Estas células a su vez, envían sus mensajes a las hipercomplejas de orden superior en donde se realiza de nuevo una generalización de los rasgos disparadores. En el cortex esta jerarquía está dispuesta en forma columnar, siendo la columna una unidad funcional. Existen columnas de orientación, de dominancia ocular, de preferencia para la dirección del movimiento de detección de la profundidad (Blakemore, 1.970), de preferencia por una determinada longitud de onda (Hubel y Wiesel, 1.968). La jerarquía de niveles no acaba aquí. Ya se han citado los trabajos de Gross (1.973) y Gross et al. (1.974) que revela la existencia de células

superiores en el cortex inferotemporal del mono y de Hubel y Wiesel (1.969) y Markuszka (1.978) en el gyrus suprasilviano del gato.

Contra este esquema general varias razones se aducen. Creutzfeldt, Kuhnt y Benevento (1.974) consideran que el diagrama de conexiones subyacentes a las propiedades funcionales del sistema visual propuesto por Hubel y Wiesel es puramente hipotético; Stone (1.974) señala la imposibilidad de la construcción de campos complejos a partir de las células de campo simple ya que las latencias de disparo de las células simples son más largas que la latencia de disparo de las células complejas. Rose (1.974) indica que las células hipercomplejas son una extensión de las células de campo simple. Por último, Sekuler (1.974) apunta que en esquema general de Hubel y Wiesel no hay lugar para las células X e Y.

Sin embargo numerosos autores entre ellos Kuffler y Nichols (1.977), Schiller, Finlay y Volman (1.976d), von Fieant y Moustgaard (1.977) apoyan este esquema, aunque conceden que no es completo. Hubel y Wiesel (1.977) señalan además que el esquema propuesto por ellos si bien es jerarquico no es rígido. Por ello en el modelo que se propone aquí se mantiene ese esquema con las variaciones correspondientes a hallazgos recientes, pero siempre los niveles inferiores intervienen como bloques para la construcción del nivel superior tal y como es postulado por Amari (1.977) y Anderson (1.977), entre otros.

4.2.2. Ausencia de feedback.

El control de los niveles inferiores por los superiores es una característica firmemente establecida para todo el sistema nervioso. Es necesario, por tanto justificar la ausencia de feedback de nivel a nivel en el modelo que se propone. En primer lugar, hay que indicar que Hubel y Wiesel hacen poco énfasis en el feedback del sistema visual. Sin embargo existe evidencia experimental de que las células de la VI capa del cortex proyectan sus fibras hacia el cuerpo geniculado lateral (Gilbert y Kelly, 1.975). Igualmente es conocida la influencia del cortex sobre el colículo superior (Kuffler y Nichols, 1.976), así como la influencia de la faja circumestriada y el cortex inferotemporal sobre el pulvinar y el colículo en el cortex cerebral del mono (Gross, 1.973). Hay también evidencia de fibras eferentes en la retina del gato (Rodieck, 1.973). A pesar de estos trabajos la influencia concreta de los niveles superiores sobre los niveles inferiores en la vía geniculado cortical no es bien conocida y por tanto es difícil incorporarla a un modelo. En segundo lugar, hay que mencionar la dificultad del tratamiento de las redes con ciclos y el ajuste de la red para lograr la estabilidad a fin de que su actividad no se extinga o no se excite cada vez más hasta llegar a impulsos epilépticos (Anderson, 1.977; Taylor, 1.974). Por todo ello se ha preferido utilizar un modelo sin feedback, aunque evidentemente puede existir en cada nivel específico en forma de circuitos reverberantes que contribuyan a mantener el impulso por un periodo más largo.

4.2.3. La neurona como TLU: linealidad en el sistema visual.

En el modelo se considera que las células de cualquier nivel son la implementación biológica de una función lineal de umbral y por tanto un mecanismo de decisión que clasifica los inputs en dos categorías. Ello lleva consigo la suposición de la linealidad de su funcionamiento. En concreto, toda neurona realiza una función que es lineal en sus parámetros con respecto al input de entrada. En este sentido es una TLU pero también una ϕ -máquina puesto que no importa como se computan los componentes del input. Con ello, además, se asume que la neurona es un mecanismo de decisión binario. Pero la naturaleza de la información que conduce la célula no es un simple impulso o ningún impulso (lo cual sería peligroso para el sistema biológico que así funcionase) sino frecuencias de impulsos. La célula codifica las entradas en una secuencia de impulsos de salida. El disparo binario en el modelo no significa en absoluto un impulso/ningún impulso sino más bien se considera que cuando la célula detecta la presencia de un rasgo específico dentro de su campo receptor su disparo es 1 (detección), en caso contrario 0 y ello sin discutir la naturaleza determinística o probabilística de este mecanismo. Estas salidas pueden representar la frecuencia de salida para un rasgo específico y la frecuencia espontánea de disparo o una frecuencia más baja que la producida por un estímulo específico. Con ello se establece una dicotomización arbitraria de las frecuencias de salida pero también es cierto que ello permite considerar a la neurona como TLU (de disparo discreto).

La información que, en el modelo, la célula transmite a los niveles superiores es la presencia o ausencia en su campo receptor de un estímulo disparador.

La linealidad de funcionamiento ha sido asumida en el caso de neuronas formales desde el trabajo clásico de McCulloch y Pitts (1.943) y continúa en la mayoría de los trabajos realizados con neuronas formales bien en computación en paralelo (Block, 1.962; Block, Knight y Rosenblatt, 1.962; Rosenblatt 1.958) bien en computación serial (Kleene, 1.956; Minsky, 1.956); bien en redes que aprenden (Nass y Cooper, 1.975; Phaffelhuber, 1.973) hasta este momento (Amari, 1.977; Anderson, 1.977; Anderson, Silverstein, Ritz y Jones, 1.977). Por otra parte, han sido propuestos modelos lineales para la célula ganglionar retiniana (Rodieck, 1.965; Rodieck y Stone, 1.965a, 1.965b) y simulados para predecir el comportamiento de las células reales. También, para las células del cuerpo geniculado (Kaji et al., 1.974). Los trabajos de Enroth-Cugell y Pinto (1.970) y Enroth-Cugell y Robson (1.966) comprueban que las células ganglionares de tipo X funcionan de modo lineal. Es razonable asumir que hay un amplio rango de luminosidad en el que el sistema visual como un todo puede considerarse que funciona de modo lineal.

4.2.4. La neurona como detector de rasgos.

Existe abundante evidencia experimental de que las células del sistema visual responden a rasgos específicos del estímulo, es decir a parámetros determinadas para unos valores de los cuales la respuesta de la célula es máxima. Estos rasgos se denominan rasgos disparadores y aumentan

de complejidad cuando el nivel al que se encuentra la célula es más alto en la jerarquía. La retina aparece como un mecanismo que abstrae información de la imagen proyectada sobre ella (Barlow, 1.974). El trabajo de Lettvin y el grupo del MIT señala la existencia de cinco tipos de detectores en la retina de la rana. La retina de este animal es un sistema que realiza el análisis de la imagen visual en términos de cinco tipos de operaciones, cuatro de las cuales son invariantes a los cambios de iluminación. Una clase de objetos puede definirse como una combinación única de cuatro contextos cualitativos en una cierta relación espacial (Lettvin et al., 1.959) y esta combinación es independiente de la posición, orientación y otras condiciones del entorno espacial (Lettvin et al., 1.961). Una tabla que correlaciona los estímulos, las clases de células retineanas a las que afectan esos estímulos y la respuesta subsiguiente del animal puede verse en Grüsser y Grüsser-Cornelha (1.976). De estos trabajos citados se infiere dos conclusiones: (i) que la retina codifica la información en términos de rasgos disparadores de las células ganglionares retineanas; y (ii) que la principal función de la retina no es transducir diferentes niveles de iluminación en diferentes frecuencias de impulsos sino continuar respondiendo invariablemente al mismo patrón exterior a pesar de los cambios de iluminación (Barlow, - 1972).

Por otra parte, neuronas detectoras de rasgos en el cortex visual del gato han sido señaladas suficientemente por el trabajo de Hubel y Wiesel y serán utilizadas en

el apartado 5. Detectores de rasgos similares a los encontrados por Hubel y Wiesel han sido encontrados por otros autores en el cortex visual del gato y del mono (Barlow, 1.972; Dreher, 1.972; Henry y Bishop, 1.972; Schiller, Finlay y Volman, 1.976a). Se ha citado con anterioridad que Gross et al. (1.974) y Markuszka (1.978) presentan evidencia experimental de la existencia de neuronas cuyos rasgos disparadores son de una gran especificidad.

La idea de la neurona como detector de rasgos es difícil de refutar puesto que entre los miles de neuronas es imposible encontrar una célula cuyo rasgo disparador sea una estrella de diecisiete puntas, como presenta Gross (1.973) y, por tanto, el hecho de no hallarlas no indica que no puedan existir. Esto por lo que se refiere a las neuronas de alto nivel. Por lo que se refiere a los detectores de niveles inferiores una de las críticas más acertadas sobre la consideración de la neurona como detector de rasgos es la realizada apoyandose en evidencia experimental por Hoepfner (1.974) y que se fundamenta en la falta de correspondencia biunívoca entre la combinación de parámetros de estímulo y respuesta de la célula. Diversas combinaciones de parámetros producen en una neurona dada la misma respuesta; es decir, el incremento de la tasa de disparo o sea la desviación de la tasa espontánea de disparo en la misma magnitud, siendo por tanto imposible inferir la presencia de un rasgo determinado por el hecho de que la célula esté disparando de un modo determinado. Esta dificultad ha sido señalada por Pollen y Taylor (1.974, p.240) al escribir que :

una célula simple no puede transmitir si está respondiendo a un punto luminoso, a dos puntos más oscuros, a una rendija más oscura pero más alargada o a un infinito número de combinaciones de -

áreas y luminosidad del estímulo dentro de su campo receptor.

Lo que parece suceder es que las ambigüedades existentes en los niveles inferiores se resuelven en los niveles superiores si bien no de modo estricto sino disminuyendo el rango de combinaciones que provoca el disparo de la célula. La existencia de detectores de rasgos en el animal adulto y el modelo jerárquico de Hubel y Wiesel es aceptado en principio en los estudios recientes acerca de la influencia de la experiencia en el procesamiento visual (Rothblat y Schwartz, 1.978, entre otros).

En este trabajo se asume que las neuronas poseen respuestas selectivas para algunas características y respuestas constantes para otras. Puesto que la neurona implementa una función de decisión su funcionamiento transmite el mensaje de que el input posee o no los rasgos que ella detecta. La célula de cada nivel es considerada como un mecanismo detector de rasgos que se explicitan en el apartado 5 para cada nivel. Hay que decir que en este caso los rasgos han sido recogidos de la investigación neurofisiológica y por lo tanto no hay lugar a la discusión del concepto de rasgo ni a la elección de los óptimos, problema con el que se encuentra el teórico de inteligencia artificial cuando se ocupa del reconocimiento de formas (Breeman, 1.974).

4.2.5. Reconocimiento y análisis de rasgos.

Teoría de la detección de rasgos como teoría de la percepción:

La existencia de neuronas que detectan rasgos ha conducido a la formulación de la siguiente hipótesis de alto

nivel para la explicación de la percepción: la percepción de patrones es el resultado de la extracción de rasgos distintivos del input por simples células o grupos de células y por tanto, la percepción de patrones es llevada a cabo por una jerarquía de tales detectores de rasgos (Pribram, 1.971). La percepción, según esta teoría se explica en términos del análisis de estímulos, análisis que son llevados a cabo por detectores cada vez más específicos. Los representantes más cualificados de esta forma de pensar son Barlow (1.972) y Konorski (1.967). Barlow (1.972) sostiene en el dogma cuarto que la percepción corresponde a la actividad de una pequeña selección de neuronas de alto nivel, cada una de las cuales corresponde a un patrón del mundo exterior; así como los estímulos físicos estimulan a los receptores para iniciar la actividad neural así las neuronas activas de alto nivel causan directa y simplemente los elementos de la percepción. Existen células "cardinales" cuyo disparo, que corresponde a la existencia de lo percibido en el mundo real, es la percepción. Estas células cardinales son las "células gnósticas" de Konorski (1.967) o células "abuelas" de otros autores. Según esta hipótesis, existen relaciones fijas entre la activación de una neurona individual y la experiencia perceptual.

Las objeciones a esta concepción de la percepción son muy numerosas. Entre otros, Pribram (1.971) argumenta que los rasgos no son tan distintos como parecen y que la riqueza de muchos fenómenos de la percepción no puede ser explicada por los detectores de rasgos hasta ahora descubiertos. Gregory (1.973) al elegir un paradigma para explicar la percepción relega a la teoría de detección de ras-

gos al tercer lugar al examinar su potencia explicativa. Lindsay y Norman (1.977) despues de describir un modelo de extracción de rasgos válido para las primeras etapas del procesamiento visual, concluyen que el análisis de rasgos no es suficiente y que se olvida de algunos problemas importantes en percepción. Por último, Didday y Arbib (1975) señalan, irónicamente, que adoptar esta teoría lleva de modo inmediato a postular la existencia de una célula "detector de Volkswagen amarillo".

Parece, no obstante fuera de toda duda, la existencia, al menos en los primeros niveles de procesamiento, de células que extraen o seleccionan rasgos del estímulo. La percepción ha de ejercerse por tanto sobre esos bloques primitivos de procesamiento. Pero ello no apoya la concepción de Barlow (1.972) aunque tampoco la hace falsa. En este trabajo se trata del reconocimiento de patrones más bien que de la explicación de procesos perceptivos. No se intenta explicar la percepción puesto que se toma en cuenta solo una característica de la figura (la forma). Asume que la discriminación y clasificación de formas visuales es una de cisión efectuada sobre rasgos de alto nivel presentes en el estímulo aunque no es realizado con una máquina que trabaje por emparejamiento con plantilla. El modelo se ocupa del reconocimiento de patrones visuales y no pretende ser una teoría de la percepción. Por tanto, la salida de las células clasificadoras no da lugar a la percepción de la forma sino únicamente a que la forma sea clasificada en una categoría determinada y la conducta manifiesta lo evidencie. Por algunos autores (Weisstein, 1.973 , p.29) se acepta la posibilidad de que poblaciones de unidades corticales estén

funcionando como operadores en un sistema de relación de propiedades. Esta idea es incluida aceptando, en este trabajo, que la salida de la célula clasificadora indica la existencia o no en el estímulo presentado a la retina de una propiedad determinada.

Mecanismo específico de reconocimiento: perceptfón versus template-matching (emparejamiento con plantilla).

En este trabajo se ha optado por un sistema de reconocimiento (perceptrón) frente a otro (template-matching) de los dos sistemas propuestos en la literatura (Reed, 1.973; Neisser, 1.967). Se sigue la solución dada por Rosenblatt (1.958) a los problemas de cómo la información es almacenada y cómo es recuperada (para realizar el reconocimiento). La solución de estos dos problemas es fundamental para comprender la capacidad de los organismos superiores para reconocer patrones y efectuar procesos de generalización, memoria, aprendizaje y pensamiento. Rosenblatt (1.958) indica que existen dos soluciones a esas cuestiones, que se corresponden con la template-matching y con el perceptrón. Mediante el emparejamiento con plantilla, la información es almacenada en forma de representación codificada ("plantilla") y el reconocimiento de estímulos se realiza mediante el emparejamiento ("matching") o comparación de los patrones de entrada con las plantillas o prototipos almacenados a fin de determinar la respuesta apropiada o señal neural equivalente para formas pertenecientes a la misma clase. Esta plantilla puede codificarse en forma de vector de rasgos o en forma de "plantilla holística no es-

pecificada" (Reed, 1.973) y que es necesario que la plantilla sea el representante de clase de cada subconjunto de patrones. En el caso del perceptrón, el almacenamiento se efectúa mediante establecimiento de nuevas conexiones entre centros de actividad y la información se contiene en conexiones o asociaciones mejor que en representaciones topograficas del estímulo. Los nuevos estímulos (en el proceso de reconocimiento) hacen uso de estas conexiones activando la respuesta apropiada sin necesitar un proceso preparado para su reconocimiento o identificación. En lo que aquí se presenta la información es preservada - mediante la fuerza de las sinapsis que conectan con las células clasificadoras.

Puesto que se ha elegido una solución se discutirán ahora dos formas en que se presenta la solución alternativa: por una parte se considera la plantilla de manera burda; por otra se considera que el almacenamiento se efectúa en forma de reglas (Sutherland, 1.968, 1.969b, 1.973).

La solución mediante la máquina de emparejamiento con plantilla parece más simple que la solución mediante el perceptrón pero tiene implicaciones mucho mas fuertes que la solución elegida aquí. En la forma más simple, un prototipo o plantilla del patrón es almacenado y el reconocimiento o clasificación se efectua comparando el patrón estímulo con el prototipo del patrón que representa cada clase. Cuando el nuevo input se empareja exactamente con un prototipo, es reconocido como el mismo; cuando no se puede encontrar un emparejamiento exacto el patrón nuevo es clasificado en el subconjunto de la plantilla con la que

se empareja de modo mas aproximado. La maquina aqui descrita necesita: a) la extracción de un prototipo de la clase de patrones; b) su inclusión en la memoria; c) un mecanismo de comparación entre el input nuevo y los prototipos (comparación que puede realizarse de modo serial o paralelo); d) una regla de decisión que a su vez necesita el establecimiento de una definición de similaridad, no el simple solapamiento. Estas necesidades llevan consigo los siguientes problemas: a) la naturaleza del mecanismo de extracción del prototipo; es decir, el procesamiento de todos los patrones de una clase de modo que se pueda establecer un esquema comun a todos aquellos que pertenecen a la misma clase; este mecanismo puede ser tanto una célula (cardinal) como un grupo de células pero lo que han de seleccionar no son los rasgos, sino los rasgos comunes a un tipo de patrones; b) la naturaleza del prototipo o plantilla; si es una descripción abstracta, el problema del reconocimiento de patrones se retrae ad infinitum puesto - que es necesario explicar como se extrae esa descripción abstracta; si es una descripción mediante rasgos, frecuentemente sucede que los patrones de clases distintas tienen más rasgos comunes entre sí que los patrones pertenecientes a una misma clase; si la descripción de la plantilla es muy estricta muy pocos patrones podrán emparejarse con ella, y si es muy amplia todos los patrones pueden parecerse a la plantilla; c) la naturaleza y sustrato biológico del mecanismo de emparejamiento del input y la plantilla; y d) la naturaleza de las reglas de decisión mediante la cual se establece que patrón es parecido o similar a - cualquier otro.

En definitiva una máquina de reconocimiento por plantilla como la considerada crea más problemas que resuelve. Para Sutherland, (1.973) esta teoría falla por completo al explicar hechos tan conocidos como el transfer e invarian da de la forma. Para evitar los problemas anteriores y ex plicar diversos hechos experimentales, Sutherland (1.968, 1.969b, 1.973) formula una teoría de reconocimiento de pa trones en donde existe un proceso de emparejamiento de ca da patrón con una regla almacenada. Esta teoría es mas so fisticada que la anterior puesto que la plantilla no es un prototipo o vector en forma de rasgos sino una regla. El sistema propuesto que reconoce la influencia de Hubel y Wiesel y Clowes (1.967). Consta de un procesador que se corresponde al selector de rasgos y una memoria que asume las funciones de almacenamiento de la plantilla o regla y reconocimiento del patrón. El procesador-si bien no explicitado- es idéntico al selector de rasgos propuesto aquí. El supuesto principal de la teoría de Sutherland es que la información es preservada mediante un simbolismo al tamente abstracto o descripción estructural de manera que muchos patrones diferentes pueden ser emparejados con una descripción simple almacenada. La descripción estructural comprende una lista de entidades, las propiedades de estas entidades y las relaciones existentes entre ellas. Re velan la influencia de los trabajos de Clowes (1.967, 1.969) sobre los lenguajes formales para facilitar el procesamien to y la identificación de estructuras gráficas mediante computador. Sutherland (1.973) entiende por reconocimiento de patrones la formación, almacenamiento y recuperación de

descripciones estructurales. Cuando una forma es "memorizada" una regla o descripción estructural es almacenada. El proceso de reconocimiento consiste en el emparejamiento - del output del procesador con esa regla que existe ya en el almacen o memoria. Por tanto, las soluciones que ofrece Sutherland a los problemas propuestos por Rosenblatt (1.958) son:

- (i) La información es almacenada en forma de descripciones estructurales.
- (ii) el reconocimiento o recuperación consiste en un proceso de emparejamiento del output del procesador (o selector de rasgos con las descripciones estructurales almacenadas.

Con respecto a la naturaleza de las descripciones estructurales y del mecanismo de reconocimiento de formas, Sutherland (1.969a) escribe:

En particular, no se conoce ni la forma lógica en la cual las reglas estan escritas ni los correlatos neurofisiológicos del almacen o memoria; No se conoce nada a cerca del proceso de emparejamiento que capacita al animal a seleccionar la regla de emparejamiento correcta de entre el enorme número de reglas almacenadas, en una fracción de - segundo; y no se conoce nada a cerca del mecanismo que induce nuevas reglas desde los nuevos patrones de input. (p.163).

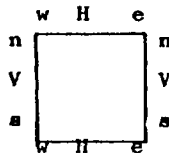
Quedan sin responder por tanto los problemas que se planteaban para el caso de la primera forma de máquina por emparejamiento con plantilla.

Sin embargo y por el interés que tiene para este trabajo se revisará la tentativa de formular un lenguaje para

las descripciones estructurales (Sutherland, 1.968, 1969b).

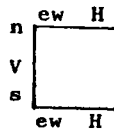
Sutherland (1.969b, p.395) ofrece la siguiente descripción estructural de un cuadrado

$${}_w H(x) {}_e V(x) {}_s H(x) {}_w V(x) {}_n \dots$$

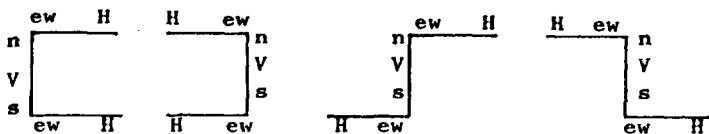


que se lee: "una línea recta de longitud x unida en su parte final este a la parte final norte de una línea vertical de longitud x unida en su parte final sur a la parte final este..." etc. Es evidente que esta descripción genera todos los cuadrados posibles de orientación vertical sin tener en cuenta su tamaño, su posición etc. Ahora bien, estas descripciones, tal como las presenta Sutherland, no son únicas. La descripción presentada en Sutherland (1.969b, p.399) genera cuatro formas ! . Efectivamente:

$${}_H(x) {}_{ew} V(x) {}_s H(x)$$



corresponde a cuatro formas diferentes:



Esto introduce complicaciones adicionales, la más importante de las cuales es que estas cuatro formas serían indistinguibles entre sí ya que son clasificadas siempre en la misma clase.

Uno de los apoyos experimentales para la teoría del reconocimiento de patrones mediante el uso de reglas abs-

tractas es el resultado de los experimentos llevados a cabo por Sutherland y Williams (1.969). La conclusión, según los autores de los procesos de discriminación y transfer llevados a cabo por los sujetos experimentales es que las ratas emplean descripciones muy abstractas del patrón. Y que los experimentos "demuestran inequívocamente la capacidad de las ratas para almacenar una descripción abstracta del patrón" (Sutherland y Williams, 1.969, p.84). Ahora bien, lo que los experimentos permiten concluir es que las ratas discriminan entre patrones regulares e irregulares y transfieren las respuestas a otros patrones regulares e irregulares, pero no el "mecanismo" mediante el cual se realiza esa clasificación. Un mecanismo alternativo puede proponerse: una máquina de niveles que clasifique correctamente esos patrones. Esta máquina puede radicarse en hallazgos neurofisiológicos conocidos en el sistema visual y no necesita la existencia de descripciones abstractas.

4.2.6. Especificidad de conexiones y modelo determinístico.

El modelo presentado, al apoyarse en un sistema jerárquico, implica una organización del cortex altamente estructurada. Hubel y Wiesel (1.963, 1.965) insisten en que las conexiones en el sistema por ellos expuesto no son al azar sino altamente específicas como corresponde al sistema de detectores: conexiones entre las células del cuerpo geniculado y cortex estriado y conexiones dentro de cada columna entre las células que la componen. En la misma dirección Szentágothai (1.978) comprueba que los diversos tipos de interneuronas corticales y las células pirami

dales del cortex visual revelan un alto grado de especificidad en su sistema de conexiones. Esta especificidad no es obstáculo para que el sistema pueda exhibir, en los niveles superiores, una alta plasticidad como corresponde a una estructura -el cortex- que es el asiento de la percepción, memoria, cognición y aprendizaje (Hubel y Wiesel, 1.977). Una estructura que participa en el aprendizaje debe cambiar de algún modo con la experiencia. Si esta especificidad de conexiones es innata (determinada genéticamente) o adquirida en proceso de interacción en el ambiente es una cuestión que no afecta para nada la propia existencia de esa especificidad.

Por una parte parece natural que el sistema sea innato, al menos en lo que respecta a los primeros niveles del procesamiento puesto que en esos niveles se está tratando con los bloques que constituyen la percepción y por tanto con elementos que difícilmente han de diferir de individuo a individuo como resultado de la experiencia. Este razonamiento es válido no sólo para el área 17 sino también para las áreas 18 y 19. Existe evidencia experimental (Hubel y Wiesel, 1.963) de que las conexiones responsables para el comportamiento altamente organizado de las células del cortex estriado están presentes en el nacimiento o en el cortex del animal después de pocos días, ya que en gatitos de una a tres semanas no expuestos a patrones visuales se registran respuestas de células corticales que son similares a las registradas en células de gatos adultos. También en monos el sistema ordenado de columnas está determinado de modo innato y no es el resultado de la experiencia visual (Hubel y Wiesel, 1.974c).

Por otra parte, existe evidencia experimental de que la deprivación (Hubel y Wiesel, 1.970; Wiesel y Hubel, 1965) o crianza en ambientes determinados (Blakemore, 1.974; Blakemore y Cooper, 1.970; Blakemore y Mitchell, 1.973; Hirsch y Spinelli, 1.970; Muir y Mitchell, 1.975; Pettigrew, 1.974; Spinelli, Hirsch, Phelps y Metzler, 1.972) afectan decisivamente al desarrollo del sistema visual. Blake more (1.974) concluye

la organización final de neuronas que detectan patrones en el sistema visual del gato está fundamentalmente determinada por la experiencia vi sual temprana del gatito (p.105).

Es decir, si bien el sistema está presente de modo in nato necesita de un ambiente adecuado para desarrollarse - de modo normal.

Modelos matemáticos que intentan explicar cómo una red, mediante modificación de las conexiones sinápticas debido al aprendizaje, puede desarrollar el tipo de detectores se ñalados en el cortex visual han sido desarrollados por va rios autores (Nass y Cooper, 1.975) así como otros en los que se demuestra que existen modos de explicar la organi cación funcional (columnas) del cortex visual del gato sin depender completamente de un sistema de conexiones geneti camente predeterminado entre el cortex y las fibras aferen tes (von der Malsburg, 1.973). Los modelos de redes con co nexiones al azar, redes cuyo punto de partida es un sistemá on de neuronas cuyas conexiones sinápticas se pueden formar con igual probabilidad han sido desarrollados como modelos cerebrales; el perceptrón de Rosenblatt pertenece a ese ti po de modelos. Para Block (1.970) los modelos de conexio nes al azar demuestran que si un sistema así organizado -

puede aprender cualquier sistema puede hacerlo.

Aquí se asume que la primera etapa del procesamiento (selector de rasgos) es una red neural (en concreto una serie de L-máquinas solapadas) cuyas conexiones no son al azar sino que dan lugar a conjuntos específicos (detectores de rasgos) bien porque estas conexiones sean innatas bien porque este sistema se haya desarrollado por un aprendizaje previo; y que los cambios que puedan acaecer por aprendizaje, tienen lugar en los niveles superiores del sistema. Pero una vez que se hayan efectuado los cambios necesarios para un determinado conjunto de patrones, la máquina se comporta de un modo totalmente determinista en cuanto que es posible predecir su funcionamiento en todos los niveles ante un patrón cualquiera de un conjunto dado. Ello responde también a la idea de Hubel y Wiesel (1.968, p.242) de que conociendo cuales son los input que caen en la retina en un momento dado, se puede predecir con alguna confianza el funcionamiento de muchos tipos de células.

4.2.7. Aprendizaje

Un sistema biológico no puede tener conexiones especificadas para todos y cada uno de los conjuntos de objetos que se presentan para su discriminación y clasificación. El aprendizaje se considera en este modelo como el establecimiento y solidificación de conexiones entre detectores previamente establecidos y las neuronas que integran las aferencias de los detectores (Sokolov, 1.977) y que forman parte del clasificador. Las respuestas de los + detectores permanece constante para un mismo tipo de pa-

trón en presentación repetida y durante el aprendizaje se efectúan nuevas conexiones con las neuronas que actúan en la clasificación. Supuesto ya establecido el sistema de conexiones y puesto que el correlato neurofisiológico del refuerzo es poco conocido, aquí se asume que durante el aprendizaje se desarrolla un vector de pesos que actúa como discriminador y clasificador de los inputs y que se forma de acuerdo con dos esquemas clásicos en el aprendizaje de una TLU: o el de Hebb (1.949) por el que se fortalece una sinapsis activa si la neurona eferente dispara o el de Rosenblatt (1.961) por el que fortalece una sinapsis activa si la neurona eferente no dispara cuando debería haber disparado y se debilita una sinapsis activa si la neurona eferente dispara cuando no debería hacerlo. En el apartado 6 se elige el sistema de Rosenblatt que ya ha sido expuesto mediante un algoritmo en (19).

4.2.8. Computación en paralelo y movimiento de los ojos.

El modelo asume que los diversos niveles son paralelos en su funcionamiento. Está compuesto por niveles organizados topográficamente dentro de los cuales cada célula actúa concurrentemente con otra. Aunque el sistema es jerárquico no por ello la organización es serial (Sekuler, 1.974) y aunque la información ha de pasar por todos los niveles del sistema, el modo de cálculo es en paralelo - puesto que cada célula de un nivel depende a la vez de un número de células del nivel anterior y cada célula de un nivel dispara independientemente de las otras células.

Las células clasificadoras dependen (físicamente) en paralelo de las células de campo hiporcomplejo de orden superior. Ningún proceso serial está involucrado en el funcionamiento del modelo a no ser el flujo de la información - por los diversos niveles camino de las células clasificadoras.

Si el proceso fuera serial se necesitaría un análisis de cada uno de los puntos de la retina comenzando en el punto (1,1) y terminando en el punto ($N \times N$) siendo $N \times N$ las dimensiones de la retina considerada; y esto para todos los niveles. Este no es el caso, sino que las células del nivel \mathcal{N} disparan a la vez sobre las células del nivel $\mathcal{N}+1$.

El funcionamiento del sistema en paralelo es el señalado por Muller y Taylor (1.973) en la realización electrónica de unidades de reconocimiento: a) conducción de señales - en paralelo a través del sistema; b) integración de la señal del input en diferentes estadios de procesamiento; c) convergencia de señales de input en las unidades del nivel \mathcal{N} ; y d) divergencia de las respuestas dadas por una unidad de reconocimiento del nivel \mathcal{N} sobre las unidades del nivel $\mathcal{N}+1$, en las que, a su vez existe convergencia de impulsos.

Existe evidencia experimental abundante de este tipo de procesamiento, evidencia desde los puntos de vista biológico, anatómico, y funcional. Muller y Taylor (1.973), que abogan por el procesamiento en paralelo, señalan que dado el número de receptores de la retina y el número de fibras-seis millones aproximadamente- que componen el nervio óptico, así como la demora de transmisión existente - en el sistema nervioso es imposible obtener un reconocimiento de patrones en cien a doscientos milisegundos si

el input fuera explorado serialmente; con sólo un msg de demora en cada terminal de input se necesitarían cien minutos para procesar la imagen retineana. Von Neumann (1.958) expone la diferencia entre la organización en paralelo del sistema visual y la organización serial de los computadores digitales. Arbib (1.973, 1.975), Arbib et al. (1.976) y Didday y Arbib (1.975) declaran la necesidad de los modelos en paralelo para explicar las propiedades del funcionamiento del sistema nervioso. Ahora bien, el procesamiento en paralelo -cuyo tratamiento matemático ha sido expuesto en el apartado 3- tiene propiedades no usuales y poco familiares, así como severas limitaciones (recordar el teorema expuesto en el apartado 3.4.2). Precisamente este trabajo intenta poner en evidencia tales limitaciones cuando se aplica la computación en paralelo a un sistema biológico concreto. De aquí que la asunción de esta forma de cálculo sea absolutamente básica, sobre todo en lo que respecta al funcionamiento de las células hipercomplejas de orden superior con respecto a las células clasificadoras. Si se demuestra que el funcionamiento es de carácter serial ni el modelo, ni la simulación, ni la experimentación tienen ningún objeto.

Estas últimas afirmaciones hacen necesario discutir el papel del movimiento de los ojos en el reconocimiento de patrones y en concreto las ideas de Noton y Stark (1.971) cuyos trabajos presentan evidencia experimental de la necesidad del almacenamiento del movimiento de los ojos si se quiere explicar el reconocimiento de patrones. Para estos autores el reconocimiento se efectúa mediante una máquina de emparejamiento con plantilla en la cual la plan

tilla está compuesta por un "anillo de rasgos" y el emparejamiento se realiza seriálmente. En la representación interna o memoria de una figura los rasgos están unidos en secuencias por los movimientos de los ojos requeridos para mirar de un rasgo al próximo, movimientos también introducidos en la memoria. Se consideran como rasgos los ángulos y detalles de la figura de alto contenido en información. Los ojos tenderían a moverse de rasgo a rasgo en un orden fijo, Así pues la representación interna en la memoria del sistema es un conjunto de rasgos que forman un anillo de rasgos: secuencia de huellas sensoriales y motoras que registran alternativamente los rasgos del objeto y los movimientos de los ojos requeridos para llegar a la región del espacio donde el próximo rasgo es detectado. El anillo de rasgos establece un orden fijo de rasgos y movimientos de los ojos correspondientes a la trayectoria de exploración o escudriñamiento (scanpath) del objeto.

El sistema propuesto por Noton y Stark actúa así:

Fase de aprendizaje:

- a) cuando el sujeto ve un objeto por vez primera lo explora y desarrolla una trayectoria de exploración (scanpath) para ese objeto.
- b) en este momento se marca la huella de memoria del anillo de rasgos que recoge tanto la actividad sensorial como motora.

Fase de reconocimiento:

- c) cuando se encuentra ante el mismo objeto le reconoce con el anillo de rasgos; este emparejamiento consiste en verificar rasgos sucesivos (de modo serial) y llevar a ca

bo los movimientos de los ojos dirigidos por el anillo de rasgos.

Noton y Stark (1.971) presentan evidencia experimental de las trayectorias de exploración obtenidas en sujetos mirando un dibujo por primera vez para familiarizarse con él y durante la fase de reconocimiento; en ambos casos el movimiento de los ojos sigue la misma trayectoria con el mismo orden de fijaciones en los rasgos.

Cuando el objeto es pequeño y por tanto cae dentro del campo visual no es necesario el movimiento de los ojos para reconocerlo. Los autores anteriores asumen entonces que el procesamiento es en paralelo hasta llegar al lugar en el que se forma la imagen del objeto y después el emparejamiento de la imagen formada y de la representación interna se lleva a cabo serialmente.

Para Didday y Arbib (1.975) las asunciones básicas de la teoría de Noton y Stark son: a) la representación o movimiento del objeto es un anillo de rasgos compuesto por los rasgos que constituyen el objeto y los movimientos de los ojos necesarios para ir de rasgo a rasgo; no sólo se almacenan los rasgos, sino también el movimiento de los ojos; y b) en el reconocimiento, la representación interna es emparejada serialmente rasgo a rasgo.

Si bien es evidente que el trabajo de Noton y Stark se refiere fundamentalmente a humanos no se puede olvidar las consecuencias que esta teoría tiene para el modelo propuesto aquí, no tanto por la inclusión del movimiento de los ojos sino por la asunción del emparejamiento serial por el que se verifica el proceso de reconocimiento.

El emparejamiento con plantilla ya ha sido criticado anteriormente como modelo de reconocimiento de patrones. Pues bien, el procesamiento serial también ha sido objeto de críticas por parte de Didday y Arbib (1.975) que presentan un modelo alternativo en el que muestran que un sistema de procesamiento en paralelo puede, sin almacenar ninguna información a cerca del movimiento de los ojos utilizados en la exploración del objeto, mostrar un funcionamiento como el del sistema serial de anillo de rasgos que explícitamente almacena tal información. En la hipótesis de Didday y Arbib (1.975, p.567) la trayectoria de exploración surge del proceso por el cual el cerebro se asegura "una aceptable representación interna", pero en absoluto forma parte de esa representación. Leibowitz y Harvey, 1.973) apuntan dos críticas importantes: a) que el reconocimiento de patrones ocurre en la percepción taquistoscópica con un tiempo de presentación de los estímulos en el que el movimiento de los ojos no es posible; y b) el reconocimiento de patrones puede realizarse a trozos sin por ello ser serial. Además de estas críticas puede señalarse otra: el modelo reconoce un objeto, pero no una clase de objetos puesto que las trayectorias de escudriñamiento difieren notablemente de objeto a objeto, incluso de sujeto a sujeto para un mismo objeto.

De lo expuesto se concluye que un modelo trabajando en paralelo puede producir el mismo funcionamiento que el sistema propuesto por Noton y Stark (1.971), que el reconocimiento de patrones no necesita de modo imprescindible el movimiento de los ojos y que el reconocimiento

puede realizarse mediante el análisis de rasgos sin ser serial.

Por tanto, no existe una objeción central, hasta ahora, al modelo que se propone en lo que toca al procesamiento en paralelo. Aún si existe movimiento de los ojos en el caso de que el objeto sea más grande que el campo visual del animal, el modelo aquí propuesto trabaja en paralelo en el momento de extracción de rasgos aunque después se mueva hacia otra región del campo para la exploración. Por tanto la predicción experimental es válida también para el caso en que el movimiento de los ojos sea tenido en cuenta. Solo la apelación a un sistema serial después del selector de rasgos puede ser una alternativa al modelo propuesto.

4.2.9 Restricciones y ámbito de aplicación.

Este modelo se ocupa del reconocimiento de formas. Ignora, por tanto, la visión cromática, brillantez, movimiento de los estímulos y patrones de más de dos dimensiones. Al modelo no se han incorporado los efectos off, ni la demora en la transmisión de señales. Se considera que existe un sistema relativamente independiente que se ocupa del análisis de la forma es decir de la detección en el campo visual de configuraciones definidas, en concreto de formas de dos dimensiones presentadas verticalmente.

Por otra parte, el modelo es un mecanismo de reconocimiento de patrones para un animal determinado en situaciones de aprendizaje.

5. Realización: El sistema de reconocimiento de patrones como perceptrón de diametro limitado.

5.1. Transductor.

Constituido por los conos, bastones, células bipolares amacrinas y horizontales. Su función es transformar la luz que cae en la retina en una señal que pueda ser recibida y procesada por las células ganglionares.

5.2. Selector de rasgos.

Está constituido por seis niveles y su función es codificar toda forma presentada en la retina en un vector de rasgos; la salida para la forma es diferente en cada nivel. Las células que intervienen en esos niveles pueden ser descritas sin más que especificar: (i) su grado de complejidad; (ii) las coordenadas de la posición de su campo receptor; (iii) la orientación de su campo receptor; (iv) la dominancia ocular; (v) el grado de preferencia por la dirección del movimiento. Estas cinco características, que según Hubel y Wiesel (1.977) bastan para especificar cualquier célula del area 17 del cortex del mono, pueden utilizarse para distinguir las células que componen los niveles de procesamiento en el sistema visual del gato y aplicarse a toda célula involucrada en la selección de rasgos. En el modelo se emplean las tres características mencionadas en primer lugar y la orientación de los campos receptores será siempre vertical.

5.2.I. Célula ganglionar retineana: $g_1(x)$.

5.2.I.1. Características.

Las células ganglionares retineanas reciben sus aferencias de los conos y bastones vía células bipolares. La disposición espacial de estas aferencias (debido a las células amacrinas y horizontales) crea lo que se ha llamado el campo receptor, definido (Hartline, 1.938, 1.941) como el área de la retina desde la cual puede ser influenciado el funcionamiento de la neurona. La iluminación que cae fuera del campo no produce ningún efecto. Por los efectos que la luz que cae sobre el campo receptor produce en el disparo de una célula, las ganglionares de la retina del gato pueden clasificarse en dos tipos:

- (i) De centro ON/periferia OFF: la luz que cae en el centro produce disparos tipo ON.
- (ii) Centro OFF/periferia ON : la luz que cae en el centro produce disparos tipo OFF.

Nelson, Famiglietti y Kolb (1.978) han presentado evidencia experimental de que el nivel de estratificación dendrítica en la capa plexiforme interna es lo que determina si el campo de la célula es de tipo ON u OFF. Los tipos de disparos ON y OFF pueden determinarse así: para todas las células existe una tasa de disparo de descanso; el tipo de disparo ON se caracteriza por un aumento de la tasa de disparo cuando el estímulo es ON (comienzo de la luz) y un decrecimiento cuando la luz decrece. El tipo OFF de respuesta se caracteriza por una disminución de la tasa de disparo cuando la luz comienza y un crecimiento de la tasa de disparo al final de la iluminación (cuando ésta

desaparece) (Graham y Rattliff, 1.974). La forma de los campos receptores es aproximadamente circular y concéntrica con la región central excitadora rodeada de una periferia inhibidora o a la inversa, con la célula ganglionar situada en el centro geométrico de la región central del campo (Kuffler, 1.953). El tamaño oscila entre dos y tres mm en total, y 0,125 a 2mm el tamaño de la región central, dependiendo de la localización del campo en la retina (centro o periferia) (Wiesel, 1.960). Debido a esta diferencia de tamaño entre las regiones centrales de los campos, el área central de la retina muestra una acuidad visual (poder de resolución) más alta que la periferia pero a la vez necesita mayor intensidad de luz para que la célula dispare. Por tanto, la tasa de respuesta no depende del tamaño del centro del campo sino de la razón centro/periferia (Wiesel 1.960). Un estímulo que cae fuera del centro excitador de una célula ON puede inhibir el disparo de la célula dependiendo de la porción de periferia iluminada. Recíprocamente en las células OFF. Análisis cuantitativos (Rodieck, 1.973) evidencian que la respuesta de la célula ganglionar es función de: (i) la situación de la luz en el campo receptor (posición); (ii) el área total del campo que está iluminada (o tamaño del estímulo); (iii) el tipo de estímulo (intensidad, forma, etc.); (iv) el tipo de célula (ON u OFF).

Los rasgos que las células ganglionares detectan pueden resumirse (Hubel y Wiesel, 1.962) así: (i) situación de la luz en la retina; (ii) área que esta siendo iluminada (posición en el centro o en la periferia, tamaño del

estímulo); (iii) luminosidad del estímulo (intensidad de la luz).

Así pues, el estímulo óptimo para una célula de centro ON es un círculo de luz que cae exactamente en su región central, mientras que para una célula de centro OFF es un anillo de luz que cae en la región periférica. Mas adelante se indicarán las organizaciones de la luz y los disparos correspondientes.

Los mecanismos propuestos (Enroth-Cugell y Robson, 1966; Enroth-Cugell y Pinto, 1.970, 1.972a; Hubel y Wiesel, 1.962; Rodieck, 1.965) para explicar el funcionamiento de las células ganglionares retineanas son: (i) suma de las excitaciones que caen en la misma región; el perfil de sensibilidad del centro y de la periferia decae en forma de curva gaussiana dependiendo de la distancia al centro del campo (Enroth-Cugell y Robson, 1.966; Rodieck, 1.965); el mecanismo de la periferia se extiende a través de todo el campo receptor en las células ganglionares de la retina del gato (Rodieck y Stone, 1.965b); (ii) antagonismo de regiones opuestas; (iii) linealidad en la interacción centro/periferia (Enroth-Cugell y Robson, 1.966), correspondiendo esta característica al campo receptor de las células X.

5.2.1.2. Formalización.

La célula ganglionar retineana puede considerarse como una máquina lineal, en concreto, como una TLU, que realiza una función de umbral. En nuestro caso suponemos que la iluminación es discreta y dicotómica: 1, iluminado; 0, no iluminado; y que la respuesta de la célula (de cualquier célula) es 1 si la tasa de disparo se desvía de la -

tasa de descanso y por tanto detecta un rasgo; 0, si no se desvía y por tanto no hay detección. Por otra parte, tanto para las células de centro ON como para las de centro OFF se consideran los disparos ON de acuerdo con Rodieck (1.965) y su clasificación de patrones de disparo en centro activado/centro suprimido. Es decir, se consideran solo aquellos disparos tales que si el estímulo se presenta en el tiempo t se producen en el tiempo t .

Sea $g_i(x)$ la salida de la i -ésima célula ganglionar de centro ON. Se postula (Rodieck, 1.965; Enroth-Cugell y Robson, 1.966; Graham y Ratliff, 1.974) que la tasa de disparo en el tiempo t es:

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w_c(x, y) I(x, y) dx dy - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w_s(x, y) I(x, y) dx dy \quad (21)$$

donde $I(x, y)$ es la luminancia en el punto (x, y) en el tiempo t ; w_c y w_s son las funciones que representan el perfil de sensibilidad en el centro y en la periferia;

Ahora bien, lo que interesa aquí no es tanto la tasa de disparo cuanto el hecho de que la célula reconozca la existencia de un rasgo en su campo receptor, es decir la realización de la función discriminante d_i . Por otra parte $I(x, y)$ es precisamente en este trabajo la función característica de X ya definida en otro lugar (expresión(1)). De acuerdo con ello, (27) se transforma en:

$$d_{i, on}(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w_c(x, y) I(x, y) dx dy - \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} w_s(x, y) I(x, y) dx dy - \theta_{i, on} \quad (22)$$

donde $I(x, y)$ es la función característica de X , por lo que $w_c(x, y) I(x, y)$ es una función continua a intervalos e integrable intervalo a intervalo; $\theta_{i, on}$ es el umbral para la ce

lula i -ésima y w_c y w_s son las funciones que representan el perfil de sensibilidad para los mecanismos del centro y la periferia. Rodieck (1.965) asume que adoptan la siguiente forma:

$$w_c(x, y) = \frac{k_c}{\sigma_c^2 H} \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{\sigma_c^2} \right] \quad (29)$$

$$w_s(x, y) = \frac{k_s}{\sigma_s^2 H} \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{\sigma_s^2} \right] \quad (30)$$

donde k_c y k_s son constantes ($k_c = k_s = 1$, Rodieck, 1.965), σ_c es una medida de la anchura de la región central del campo y σ_s es una medida de la anchura de la región periférica.

Las funciones w_c y w_s son funciones gaussianas representadas en la figura 8, que tienen un máximo para $x=0, y=0$ es decir, en el centro del campo receptor. Las bases para considerar estas funciones de esta forma se encuentran en Rodieck (1.965), Enroth-Cugell y Robson (1.966), y Rodieck y Stone (1.965b). Puede observarse en la figura que el mecanismo inhibitor se extiende por todo el campo receptor y está sobre impuesto al campo excitador de la región central.

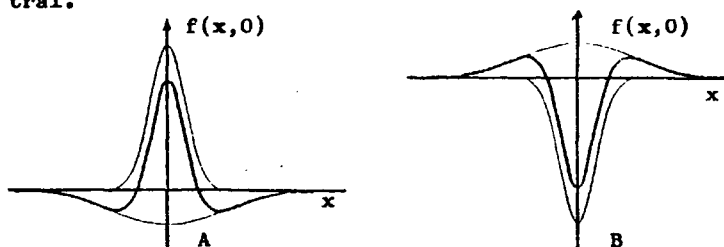


figura 8. Gráficas de las funciones w_c y w_s . En A se representa la superposición para una célula de centro ON. En B, para una célula de centro OFF (según Rodieck, 1965)

La función de umbral implementada por g_1 es la siguiente:

$$g_{1,ON}(x) = \lambda [d_{1,ON}(x)] \quad (31)$$

En la que el soporte de g_1 es $S(g_1)$, el campo receptor de g_1 , es decir, aquella región de la retina desde la cual se puede influenciar el funcionamiento de g_1 .

Para $g_{1,OFF}$ la función discriminante será:

$$g_{1,OFF}(x) = \lambda [d_{1,OFF}(x)] \quad (32)$$

donde

$$d_{i,OFF}(x) = \iint_{-\infty}^{\infty} \omega_i(x, y) f(x, y) dx dy - \iint_{-\infty}^{\infty} \omega_i(x, y) f(x, y) dx dy - \theta_{i,OFF}$$

En el apartado 6 se intentará concretar los valores de los parámetros y la forma de las funciones anteriormente consideradas.

4.2.1.3. Implementación.

La realización efectiva en términos de máquina para las células de centro ON y de centro OFF esta representada en la figura 9:

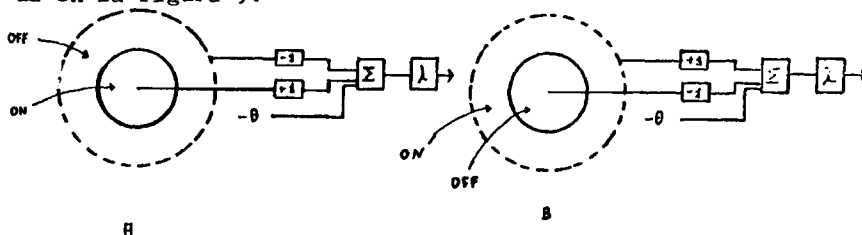


figura 9. Implementación de las células de centro ON (A) y de centro OFF (B).

La implementación está fundada en Enroth-Cugell y Robson (1.966, figura 2). La realización efectiva con componentes electrónicos puede verse en Muller y Taylor (1.973).

4.2.1.4. Funcionamiento.

Si se considera que en $g_{1,ON}$ el primer término del segundo miembro de la ecuación (28) representa el volumen de excitación en el centro (VC) y el segundo término del segundo miembro el volumen de excitación en la periferia (VS), siendo θ el umbral, $d_{1,ON}$ viene representada por el hiperplano H de la figura 10, cuya distancia al origen es $-\theta/\sqrt{2}$, por lo que el origen queda siempre en el lado negativo del hiperplano; ello indica que cuando no existe excitación el disparo de la célula es 0. Lo mismo sucede en la representación de $d_{1,OFF}$ de la figura 10. Por otra parte, y puesto que se considera que el volumen del centro es igual al volumen de la periferia, cuando un estímulo luminoso ocupa todo el campo receptor la salida es 0 puesto que los dos términos del segundo miembro de las ecuaciones (28) y (32) se anulan y el umbral no es superado. Ello es una asunción no realista, pero conveniente, ya que si la célula responde 1 en el caso antes considerado responde 1 a la luz difusa (como efectivamente así sucede) con lo cual cualquier disposición de luz en la retina sería detectada como un rasgo y la célula responde 1.

En función de la superficie del campo receptor iluminada, utilizando los datos de Rodieck (1.965) y Wiesel (1.960), el disparo de la célula en cada caso viene indicado en la tabla 1 para la célula de centro ON y en la tabla 2



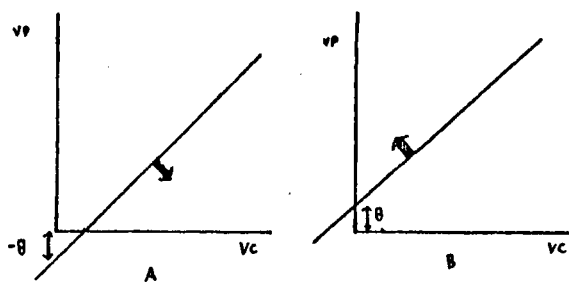



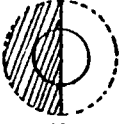



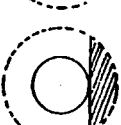


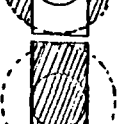
figura 10. Funcionamiento de una célula ganglionar retínea de centro ON (A) y de centro OFF (B). En ambas, las coordenadas son los volúmenes del centro (eje x) y de la periferia (eje y). En ambos casos también, se representa el hiperplano H que realiza gráficamente $d_{i,ON} = 0$, $d_{i,OFF} = 0$. La flecha señala el lado positivo del hiperplano. La doble flecha indica la ordenada en el origen o umbral.

para la célula de centro OFF.

Las dimensiones de las células ganglionares son importantes ya que las células no responden a estímulos que son muy pequeños o mucho mas grandes que el centro de su campo receptor. En el apartado 6, simulación, se asume que las dimensiones de centro y periferia son iguales para todas las células ganglionares de la retina. Por otra parte hay que decir, que existe un alto grado de solapamiento entre los campos receptores de las células ganglionares próximas (Creutzfeldt, Innocenti y Brooks, 1.974). La distancia entre células ganglionares individuales, de centro a centro, es mucho menor que los diámetros de sus regiones centrales.

Tabla 1


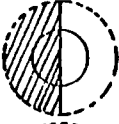
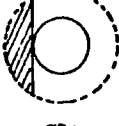
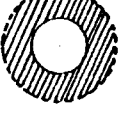
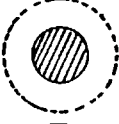
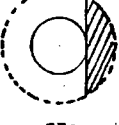

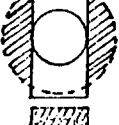

Funcionamiento de la célula ganglionar retineana en función de la superficie del campo receptor iluminada y de la posición.

patrón	superficie iluminada y posición	$d_{1,ON}$	$g_{1,ON}$
x_1		< 0	0
x_2		< 0	0
x_3		> 0	1
x_4		> 0	1 estímulo óptimo (Kuffler, 1953)
x_5		< 0	0
x_6		> 0	1
x_7		$= 0$	0; empíricamente > 0 , por ello responde a la luz difusa. (Wiesel, 1960)
x_8		> 0	1 centro activado (rendija) (Rodieck 1965; Hubel y Wiesel, 1977).
x_9		< 0	0 centro suprimido (barra) (Rodieck, 1965).

El área rayada es el área no iluminada.

Tabla 2

Funcionamiento de la célula ganglionar retiniana de centro OFF en función de la superficie del campo receptor iluminada y de la posición.

patrón	superficie iluminada y posición	$d_{i,OFF}$	$\epsilon_{i,OFF}$
x_1		> 0	1
x_2		< 0	0
x_3		< 0	0
x_4		< 0	0
x_5		> 0	1 estímulo óptimo (Wiesel, 1960)
x_6		< 0	0
x_7		< 0	0
x_8		< 0	0 centro suprimido (Rodieck, 1965)
x_9		> 0	1 centro activado (Rodieck, 1965)

El área rayada es el área no iluminada

5.2.II. Células del cuerpo geniculado lateral.

5.2.II. 1. Características.

Reciben sus aferencias de las células ganglionares. Se clasifican por la organización de su campo receptor en células de centro ON y células de centro OFF. El funcionamiento de las células del cuerpo geniculado no difiere prácticamente del funcionamiento de las células ganglionares (Kuffler y Nichols, 1.976; Robson, 1.975). Tienen actividad espontánea en ausencia de estimulación; responden a la luz difusa (Hubel, 1.960) más débilmente que las células ganglionares retinianas; no tienen preferencia por la dirección del movimiento. Las células de tipo ON disparan con tasa creciente cuando su centro es iluminado y su descarga cae por debajo del nivel de referencia cuando lo es su periferia. Las células de tipo OFF responden con baja descarga cuando su centro es iluminado y tasa creciente cuando lo es su periferia. Las unidades de centro ON y OFF son igualmente comunes (Hubel y Wiesel, 1.961). La forma de los campos receptores es circular y concéntrica y la organización se distribuye en un centro excitador y una periferia inhibidora o a la inversa. Los centros de los campos receptores que se sitúan en el área central de la retina tienden a ser más pequeños que los de la periferia (Hubel y Wiesel, 1.961). No existe en ellas interacción binocular. Un estímulo que cae fuera del centro excitador de una célula ON puede inhibir el disparo de la célula dependiendo de la porción de periferia iluminada. Recíprocamente en las células OFF. El

disparo de una célula depende de los siguientes parámetros (Hubel y Wiesel, 1.961): (i) la posición del estímulo en el campo receptor; (ii) tamaño del estímulo (o área total iluminada en el campo receptor); (iii) del tipo de estímulo; (iv) del tipo de célula (ON, OFF).

Los rasgos que detectan (Hubel y Wiesel, 1.962) son: (i) posición del estímulo en el campo receptor (en el centro o en la periferia, tamaño del estímulo); (ii) luminosidad del estímulo.

Para las células de centro ON el estímulo óptimo es un círculo de luz que cae en la región central del campo; para las células de centro OFF es un anillo de luz que cae en la periferia.

Los mecanismos propuestos para explicar el funcionamiento de las células del cuerpo geniculado lateral, al igual que los mecanismos de las células ganglionares, son: (i) suma de las excitaciones producidas en la misma región; Wässle y Creutzfeldt (1.973) proponen que el perfil de sensibilidad es expresado tanto en el centro como en la periferia por funciones gaussianas; (ii) antagonismo de regiones opuestas; (iii) el mecanismo inhibidor de la periferia sobre el centro es más pronunciado en el cuerpo geniculado que en la retina; por ello estas células responden débilmente a la luz difusa.

Las células del cuerpo geniculado lateral reciben sus aferencias desde las fibras del tracto óptico que tienen un output excitador sobre estas células (Hubel y Wiesel, 1.961); diversos autores (Creutzfeldt, 1.968; Singer y Creutzfeldt, 1.970; Szentágothai y Arbib, 1.974; entre -

otros) insisten en que las proyecciones de la retina hasta el cuerpo geniculado lateral son excitadoras y las interacciones en el cuerpo geniculado lateral son exclusivamente inhibitorias. Diversos modelos de conexiones han sido propuestos para explicar el funcionamiento de las células del cuerpo geniculado en función del input recibido de la retina. Dos de ellos se describen a continuación:

a) Hubel y Wiesel (1.961): la célula del cuerpo geniculado lateral cuyo centro es de tipo ON recibe múltiples input de las células ganglionares de centro ON. Las características de disparo para las células geniculadas de esa clase pueden explicarse si se asume que unidades ganglionares ON cuyos campos se solapan en la retina envían aferencias excitadoras a la célula geniculada central e inhibitorias aquellas que se sitúan en la periferia (vease figura 12A). O también, la región central está constituida por las aferencias excitadoras de células ganglionares de centro ON y la región periférica por las aferencias excitadoras de células ganglionares de centro OFF (vease figura 12B). Para las células ganglionares de centro OFF tanto en un caso como en otro el sistema sería a la inversa. Ambos mecanismos propuestos son posibles ya que dentro de un área retineana ocupada por el campo receptor de una célula geniculada existen cientos de células ganglionares que solapan su campo receptor con centros de tipo ON o de tipo OFF.

b) Hammond (1.973). Se elige el segundo mecanismo propuesto. Puesto que las fibras del tracto óptico tienen sólo output excitadores el primer modelo (figura 12A) quedaría desechado (vease figura 13).

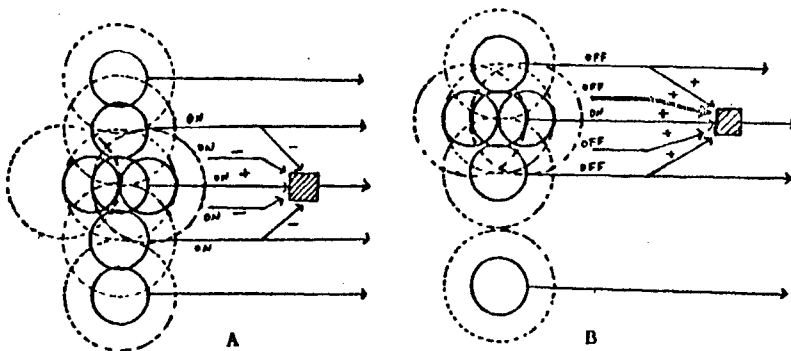


figura 12. Modelos de conexiones entre las células ganglionares y una célula del cuerpo geniculado lateral. Según Hubel y Wiesel (1.961).

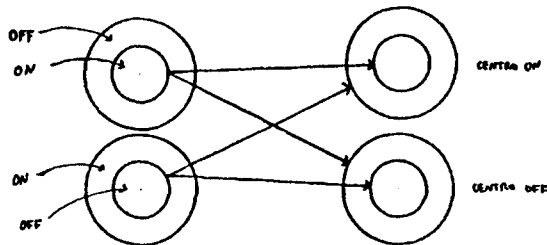


Figura 13. Sistema de conexiones entre células ganglionares retineanas y células del cuerpo geniculado propuesto por Hammon (1.973).

5.2.II.2. Formalización

El modelo expuesto en la figura 12A es el utilizado en este trabajo. Se consideran las células del cuerpo geniculado lateral como TLU que realizan las funciones de umbral cuyos argumentos son los inputs recibidos de las células ganglionares retineanas. Sea $G_j(x)$ la salida de la j -ésima célula del cuerpo geniculado a la presentación en la retina del patrón X ; $g_j(x)$ la salida de la célula ganglionar retineana que envía sus señales a G_j con sinap

sis excitadora α_i ; sean $g_i(x)$ la salida de la célula ganglionar que incide sobre G_j con sinapsis cuyo peso es α_{ji} ; θ_j es el umbral de G_j . Entonces:

$$G_j(x) = \lambda [d_j(x)] \quad (33)$$

$$d_j(x) = \alpha_j g_j(x) - \sum_{i=1}^n \alpha_{ji} g_i(x) - \theta_j \quad (34)$$

en donde $\alpha_{ji} = \frac{\alpha_j}{n}$, y θ_j un valor adecuado. Fijando estos parámetros se pueden obtener funcionamientos de G_j de acuerdo con la evidencia experimental. La implementación en forma de máquina es inmediata tanto para las células de tipo ON como para las de tipo OFF. Este es el tipo de formalización que se puede encontrar en Lindsay y Norman (1.977).

Ahora bien, el perfil de sensibilidad -es decir, la distribución espacial en el campo receptor de la célula- de una célula del cuerpo geniculado obtenido experimentalmente no es muy diferente al encontrado para las células de la retina. El mecanismo tiene muchas similitudes aunque no es idéntico. También para las células del cuerpo geniculado el mecanismo inhibitor se extiende por todo el campo receptor y es concéntrico y superpuesto al mecanismo central excitador (para las células de centro ON). Los perfiles de sensibilidad en ambos casos son curvas gaussianas (Wässle y Creutzfeldt, 1.973) y la intensidad del disparo depende de la distancia al centro del campo receptor así como de la intensidad de la luz. Como en las células ganglionares, la razón κ_s/κ_c representa la razón de disparo de periferia/centro y también las curvas tienen un máximo para $x=0$, $y=0$ es decir, para estímulos situados en el centro del campo. Por dos razones es conveniente este segundo

tipo de formalización: (i) por la simplificación del modelo sin pérdida de generalidad; (ii) por la precisión y claridad que se obtiene al construir después el funcionamiento de los campos simples, complejos e hipercomplejos en función del perfil de excitación o sensibilidad de las células del cuerpo geniculado. Siguiendo a Wassle y Creutzfeldt (1.973) la expresión (34) se transforma en esta otra:

$$d_j(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L(r) b(x, y) dx dy - \theta_j \quad (35)$$

donde $b(x, y)$ es la distribución de la luz en la retina; θ_j es el umbral para la célula j ; y

$$L(r) = E_0 \cdot e^{-\frac{r^2}{R_1^2}} - I_0 \cdot e^{-\frac{r^2}{R_2^2}} \quad (36)$$

donde a su vez: E_0 , es la excitación en el centro del campo receptor; I_0 , es la inhibición en el centro del campo receptor; R_1 es la medida de la anchura del campo excitador, en concreto donde la sensibilidad es E_0/e ; R_2 es la medida de la anchura del campo inhibidor, en concreto donde la sensibilidad es I_0/e .

Evidentemente, $r^2 = x^2 + y^2$ y $b(x, y)$ es la función característica. La expresión (35) se transforma en:

$$d_j(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L(r) \chi_j(x) dx dy - \theta_j \quad (37)$$

cuya evaluación para valores adecuados de E_0 e I_0 es idéntica a (28). E_0 , I_0 , R_1 , R_2 , θ_j , serán parámetros a determinar en la simulación de acuerdo con la evidencia experimental.

Observar que $d_j(x)$ es el disparo de G_j en función de la región iluminada de la retina, no en función del disparo de las células ganglionares que inciden sobre ella. Por otra parte, lo mismo que en g_1 , el volumen de excitación en el centro se considera igual al volumen de excitación en la periferia. Por ello un estímulo que cae en todo el campo receptor de la célula hace nulo $L(r)$ y por tanto $G_j(x)=0$.

5.2.II.3 y 4. La implementación y el funcionamiento son similares a los de las células ganglionares retineanas.

5.2.III. Células de campo simple (Hubel y Wiesel, 1959, 1962).

5.2.III.1. Características.

En el cortex visual del gato, área 17, se encuentran células cuyo campo receptor es alargado y está subdividido en regiones excitadoras e inhibidoras definidas y separadas por líneas rectas, entendiendo que un área es excitadora si la iluminación produce un incremento en la frecuencia de disparo e inhibidora si la estimulación luminosa suprime la actividad espontánea y/o va seguida de una descarga OFF. Schiller, Finlay y Volman (1976a) indican que células de tipo S-células de campo simple:

Son aquellas células selectivas a la orientación cuyos campos receptores tienen uno o mas subcampos distintos, dentro de cada uno de los cuales un estímulo estático o dinámico elicitaba una respuesta al incremento o decremento de la luz pero no a ambos.
(p.1290)

Campos receptores que tienen un área central y flancos opuestos son bastante comunes aunque puede darse variaciones en esta organización como se comprobará en las clases citadas más adelante. Cuando las áreas excitadoras e inhibitoras son estimuladas simultáneamente interactúan de una forma antagonista dando lugar a un disparo débil. Son por tanto, sensibles a la anchura del estímulo; cuando la anchura es óptima se produce una respuesta máxima; cuando la anchura aumenta la respuesta disminuye (Murray, Watkins y Wilson, 1.976). No responde a la luz difusa. Responde - máximamente a estímulos alargados (en forma de "barras", "rendijas" o "bordes") cuya posición y orientación en el campo receptor sea la adecuada. Cuando un estímulo se - desplaza ligeramente de su posición o de la orientación óptima, la respuesta de la célula decae en función de la cantidad de desviación de la orientación óptima. Las curvas o perfiles de sensibilidad obtenidos (Blakemore, 1974; Henry, Bishop y Dreher, 1.974; Henry Dreher y Bishop, 1974; Schiller et al., 1.976b) ajustando curvas a las respuestas experimentalmente obtenidas son gaussianas y muestran que la célula no dispara a estímulos con una orientación de treinta grados o más de desviación de la orientación óptima. Así pues, toda célula tiene un campo receptor con una orientación determinada o eje del campo definido como la orientación del estímulo óptimo (aquel que produce una respuesta máxima). Ninguna orientación es predominante.

Los campos tienen una dimensión media de $2(\text{grado de arco})^2$ y oscila entre 1 y 4 $(\text{grado de arco})^2$. Las células de cam

po simple responden vigorosamente a estímulos que se mueven y muestran selectividad tanto a la dirección como a la velocidad del movimiento. Pueden ser impulsadas binocularmente, es decir por un ojo (ipsilateral o contralateral), o por los dos, mostrando un grado de dominancia determinado uno cualquiera de ellos. Toda célula de campo simple puede caracterizarse conociendo: (i) la posición en la retina de su campo receptor; (ii) la organización del campo; (iii) la orientación o eje del campo; (iv) la dominancia ocular; (v) la preferencia por la dirección del movimiento. Es importante señalar además, que no existe cambio cualitativo en las características de los campos receptores de células observadas durante una o dos horas y algunas hasta nueve horas (Hubel y Wiesel, 1.962).

Las células de los campos simples no se encuentran fuera del área 17 y preferentemente se encuentran en el nivel IV de este área aunque pueden encontrarse también en los niveles III y VI. En cuanto a la morfología, Hubel y Wiesel (1.962) indican que las células de campo simple son células piramidales o estrelladas. Bishop, Coombs y Henry (1.971) en el modelo que proponen postulan que las células de campo simple son células piramidales. Kelly y van Essen (1.973, 1.974) en su estudio del área 17 de la corteza del gato, encuentran que la mayoría de las células simples son células estrelladas (Golgi tipo II de axón corto) y que la mayoría de las células complejas e hipercomplejas son células piramidales; concluyen por tanto, que existe una correlación entre las clases funcionales y morfológicas. Los

hallazgos de Kelly y van Essen son utilizados por Schiller et al. (1.976d) y Metzler y Spinelli (1.977), entre otros, en la formulación del modelo de conexiones a partir del cual surgen las propiedades diferenciales de las células así como la organización del campo.

Los parámetros del estímulo de los que depende la respuesta de la célula de campo simple son : (i) forma y configuración de la luz; (ii) tamaño (anchura adecuada al tamaño del campo); (iii) posición en el campo (en el área excitadora y/o en el área inhibidora); (iv) orientación; (v) dirección y velocidad del movimiento del estímulo.

En el modelo se tendrán en cuenta los cuatro primeros parámetros puesto que los estímulos que se presentan son estáticos. La configuración de la luz da lugar a los estímulos óptimos dependiendo para cada célula de la organización del campo. Los estímulos óptimos, que se convierten en rasgos disparadores para la célula, son:

- a) rectángulos de luz (rendijas)
- b) bordes con líneas rectas y diferente iluminación en cada lado (bordes)
- c) rectángulos oscuros (barras) contra un fondo luminoso.

Para todos ellos la posición y la orientación en el campo receptor es crítica.

Diversas clases de campo simple han sido encontradas (Hubel y Wiesel, 1.962; Schiller et al., 1.976a). La clasificación que sigue a continuación se ha tomado de Hubel y Wiesel (1.962) y los campos de diversas clases están representados en la figura 14.

a. Centros estrechos y concentrados.	flancos simétricos	centro	
		excitador	S-C
	flancos asimétricos	centro	
		inhibidor	S-D
b. Centros grandes y flancos concentrados.		centro	
		excitador	S-F
		inhibidor	
c. Con una región excitadora y otra inhibidora.			S-G

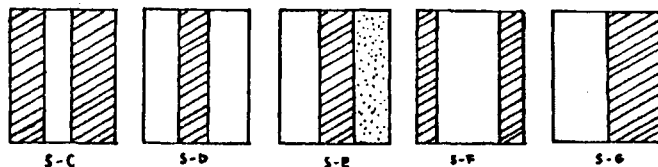


figura 14. Representación gráfica de los campos de las células simples. La zona rayada en cada campo es el área inhibidora.

Diversos modelos han sido propuestos para explicar las características de organización y funcionamiento de los campos simples. Entre ellos, se exponen, por sus consecuencias para la formalización posterior, los siguientes:

a) Hubel y Wiesel (1.962, 1.963a), Hubel (1.963a, 1963b) se fundamenta en dos características principales: existencia de procesos antagónicos (excitación/inhibición) y organización jerárquica del sistema nervioso. Las células de campo simple son un primer estado en la modificación de la señal procedente de las células del cuerpo geniculado lateral. Para explicar la disposición espacial del campo subdi

vidido en regiones excitadoras e inhibitoras se asume que sobre cada tipo de célula de campo simple convergen fibras del cuerpo geniculado procedentes de células que tienen los centros ON y OFF situados en las regiones retineanas apropiadas; es decir, una fila de células ON alineadas disparan sobre una célula cortical para dar lugar a un campo receptor del tipo S-C de orientación vertical (vea se figura 15). Este modelo es consistente con los hallazgos anatómicos, con el hecho de que las células geniculadas de centro ON (OFF) respondan a una barra de luz (obscura) cuya anchura es igual al diámetro del campo y con el hecho de que la anchura de los centros de los campos simples es aproximadamente igual al diámetro de los campos receptores de las células del cuerpo geniculado. La organización espacial del campo receptor explicada por el sistema de conexiones, explica a su vez: (i) la forma, tamaño y orientación del estímulo óptimo; (ii) la selectividad o preferencia a la dirección del movimiento.

Este modelo ha sido utilizado, entre otros, por Corsweett (1.970), Thomas (1.970).

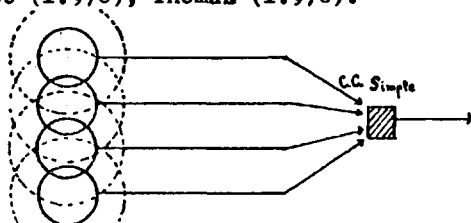


figura 15. Modelo de conexiones propuesto por Hubel y Wiesel (1.962) para explicar las características de los campos simples.

b) Schiller, Finlay y Volman (1.976d).

Las conclusiones del trabajo, exhaustivo, de estos autores en el cortex visual del mono confirman, en general el modelo jerárquico de Hubel y Wiesel. Debido a la evidencia experimental obtenida el modelo que presentan postula mecanismos separados para explicar la selectividad a la orientación y a la dirección del movimiento. Como en este trabajo no se consideran estímulos en movimiento el modelo propuesto por Schiller et al. puede - considerarse similar al de Hubel y Wiesel. Sin embargo tres resultados son dignos de señalarse: (i) la posibilidad de construir campos simples a partir de los perfiles de sensibilidad (o perfiles de intensidad de la respuesta dependiendo de la distancia al centro); (ii) la posibilidad de la existencia de una jerarquía entre células de campo simple; es decir, células de campo simple que muestran una organización espacial determinada y que reciben sus inputs de las células de campo simple del cortex en lugar de recibirlas directamente del cuerpo geniculado lateral; (iii) la conclusión de que las - células de campo complejo reciben sus aferencias de las - células de campo simple.

c) Bishop, Coombs y Henry (1.971).

Proponen un sistema de conexiones que es similar al de Hubel y Wiesel (1.962). Las células de campo simple son células piramidales que reciben sus aferencias directamente de las células ON u OFF del cuerpo geniculado y aferencias inhibitoras por intermedio de las células estrelladas. Este modelo explica tanto la direccionalidad del movimiento como la preferencia por una orientación

determinada. Cada tipo de célula de centro ON u OFF resulta de un input genículo-cortical desde una neurona del cuerpo geniculado lateral o mas probablemente desde un grupo de neuronas que tienen sus campos receptores dispuestos a lo largo de una línea recta. Células que perciben bordes luminosos tienen sus inputs procedentes de una fila de células de centro ON y de células de centro OFF, - las que perciben bordes oscuros.

d) Henry, Dreher y Bishop (1.974).

El modelo trata de explicar la especificidad para la orientación de las células de campo simple. Sigue a un estudio experimental donde se registran los perfiles de disparo de las células simples y complejas cuando se varia la orientación y la longitud del estímulo. Segun Henry et al. el modelo de Hubel y Wiesel visto con anterioridad no es válido ya que las células del cuerpo geniculado responden a un estímulo alargado a pesar del hecho de que estimule simultaneamente centro y periferia cualquiera que sea su orientación; este disparo afecta a las células de campo simple que por tanto detectarían estímulos situados en cualquier dirección. Henry et al. proponen que la organización del campo receptor que explica los perfiles de sensibilidad consta de un centro de descarga rodeado a ambos lados por bandas inhibitoras y en la parte superior e inferior por una zona de no respuesta (vease la figura 16). La organización y propiedades de estas bandas inhibitoras son diferentes a las regiones alargadas construidas por las periferias ON u OFF del modelo de Hubel y Wiesel. El sistema propuesto es consistente con los resul

tados experimentales. Así el aplanamiento que se observa en las curvas gaussianas correspondiente a orientaciones entre -10° de la orientación óptima es debido a que el estímulo está todavía dentro de la zona de descarga y no cae sobre las bandas laterales inhibitorias. Cuando se desplaza de la orientación óptima más allá de la rendija de luz entra en las bandas laterales con lo que se produce una inflexión en las curvas de disparo. Para inclinaciones iguales o mayores que 30° las bandas laterales están suficientemente estimuladas como para suprimir el disparo de la célula. El modelo presentado en la figura 16 explica hechos experimentales tales como el rápido decrecimiento de la amplitud de la respuesta con los cambios de orientación, la obtención de un perfil de respuesta más amplio para barras cortas ya que las bandas laterales no se incluyen y el perfil de respuesta más agudo para barras largas. A su vez conduce a predicciones experimentales del tipo siguiente: la estrechez o agudeza de una curva está directamente relacionada a la anchura del centro de descarga tanto más pequeña la anchura cuanto más aguda sea la curva.

Ahora bien, los mismos hechos pueden explicarse mediante el modelo de Hubel y Wiesel (1.962) que no es en modo alguno asimilable al modelo alternativo de presentar las regiones ON u OFF mediante signos más y menos. Ello da lugar a una uniformidad de la que las regiones carecen (ver por ejemplo Thomas, 1.970). Es cierto que las células del cuerpo geniculado responden a barras o rendijas de cualquier orientación, pero ello no implica

que la célula de campo simple responda; depende, en la implementación, del umbral adecuado. Por otra parte, si se considera, como se hace aquí, el perfil de disparo - de la célula de campo simple compuesto por el solapamiento de los perfiles de disparo de las células geniculadas que inciden sobre ella y dependiendo de parámetros concretos, se puede identificar en nivel explicativo el modelo de Hubel y Wiesel con el de Henry et al. aunque no, como es evidente, en el origen y mecanismo de la inhibición (que para Hubel y Wiesel puede proceder de las células geniculadas y para Henry et al. es intracortical).

e) Creutzfeldt, Kuhnt y Benevento (1.974).

El modelo propuesto por Hubel y Wiesel es altamente hipotético y la organización de las conexiones subyacentes a las propiedades funcionales del cortex es desconocida por falta de pruebas directas. Estos autores presentan un análisis intra y extra celular de las respuestas de las neuronas corticales y afirman que una neurona individual puede ser excitada por solo una fibra procedente del cuerpo geniculado lateral. Concluyen que todas las propiedades funcionales del cortex son debidas a las acciones excitadoras o inhibitoras del cortex en sí mismo.

Para concluir este repaso de las características de las células de campo simple hay que decir que el nivel de estas células transforma el input procedente de las células del cuerpo geniculado de cinco maneras diferentes: (i) producen especificidad para la orientación; (ii) producen selección en la dirección del movimiento; (iii) integran el input de los dos ojos; (iv) existe una selección de la frecuencia espacial; (v) combinan respuestas

para dar lugar a la detección de diversos rasgos. De estas transformaciones se consideraran aquí dos: especificidad a la orientación y detección de estímulos de forma, tamaño y posición adecuados.

El nivel de las células de campo simple se considera como otro nivel en la L-máquina que calcula las φ_j funciones parciales del hipotético perceptrón.

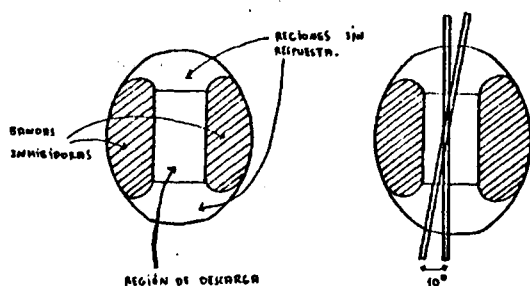


figura 16. En el lado izquierdo, organización del campo receptor de una célula de campo simple (según Henry et al., 1974). En la parte derecha una barra de luz cae sobre el campo y se desplaza 10° .

5.2.III. 2. Formalización.

La formalización que sigue tiene como propósito construir un mecanismo que tenga las características antes apuntadas.

a) En general.

Sea $S_j(x)$, $j=1,2,\dots,m$, la salida para el patrón X de la j -ésima célula de campo simple:

$$S_j(x) = \lambda [d_j(x)] \quad (38)$$

donde:

$$d_j(x) = \sum_{i=1}^n \gamma_{ji} G_i(x) - \theta_j \quad (39)$$

siendo $G_i(x)$ la salida de la i -ésima célula del cuerpo geniculado lateral que incide sobre S_j ; $i=1,2,\dots,n$, - siendo n el número de células del cuerpo geniculado lateral que envían sus señales a S_j con sinapsis excitadoras; γ_{ji} es el peso de la sinapsis de la célula del cuerpo geniculado lateral i sobre la célula de campo simple j ; d_j es la función discriminante realizada por S_j ; θ_j es el umbral de S_j .

Observar que las salidas $G_i(x)$ se utilizan como componentes del vector de input para S_j . Observar además que S_j es una máquina de niveles para la que el espacio de patrones original es la retina, el nivel I es el nivel de las células ganglionares retineanas y el nivel II está formado por las células del cuerpo geniculado lateral. A la vez $S(S_j)$ es la región de la retina de la que depende el funcionamiento de S_j , es decir el campo receptor de S_j (vease figura 17). El patrón proyectado en la retina sufre dos transformaciones antes de llegar a S_j .

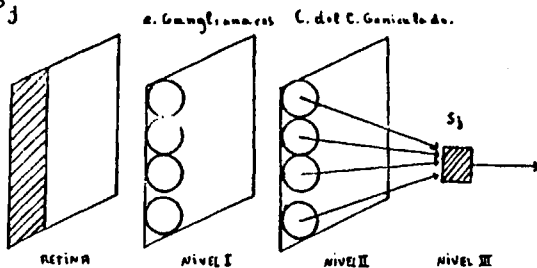


figura 17. La célula de campo simple como una máquina de tres niveles. La parte de la retina que está rayada es el soporte o campo receptor de S_j .

Los parámetros que es necesario precisar para S_j son: γ_{ji} , θ_j , el número de células del cuerpo geniculado lateral cuyas eferencias recibe S_j y la distancia de los centros de dos células del cuerpo geniculado situadas una junto a otra de modo sucesivo.

Un ejemplo puede aclarar el sistema utilizado para formalizar S_j . Se supone una célula de campo simple cuyo campo receptor tiene un centro excitador y dos bandas laterales inhibitoras (ver figura 18A). Se supone, también, que sobre S_j envían sus outputs tres células del cuerpo geniculado lateral de centro ON: G_1 , G_2 , G_3 , cuyos centros están situados en la retina en línea recta vertical (ver figura 18A) y que la distancia entre los centros de las regiones centrales excitadoras es igual al diámetro de la región central. La máquina de tres niveles que es S_j tiene por segundo espacio imagen un hipercubo de tres dimensiones cuyas coordenadas son G_1 , G_2 y G_3 , y cuyos vértices son los posibles patrones de entrada para S_j , constituidos por $G_1(x)$, $G_2(x)$, $G_3(x)$, es decir, por las respuestas al patrón X de las tres células que se vienen considerando. Si $\gamma_{ji} = 1$, el umbral θ_j fija el número de G_i que han de disparar para que $S_j(x) = 1$ o $S_j(x) = 0$. Se supone que el campo simple S_j tiene como soporte el campo formado por la unión de los tres campos correspondientes a las células ganglionares. La célula S_j como toda TLU implementa en el segundo espacio imagen un hiperplano $d_j(x) = 0$ que en este caso concreto tiene por ecuación:

$$G_1(x) + G_2(x) + G_3(x) - 1.50 = 0$$

Su representación gráfica puede verse en la figura 18B.

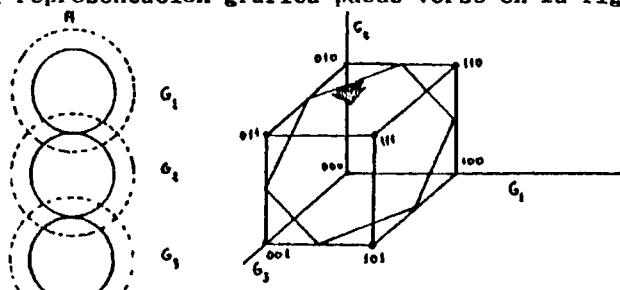


figura 18. En A los campos receptores de las células del cuerpo geniculado lateral que son las coordenadas del segundo espacio imagen representado en B. En B se ha representado el hiperplano; la flecha señala el lado positivo.

Se observará que $(G_1(x), G_2(x), G_3(x))$ no es el patrón X que cae sobre la retina sino el vector de salida para X del nivel II. Además $(1,0,1)$ no es una rendija - sino que pertenece a un patrón que hace que $G_2(x)=0$. Sin embargo, para ese patrón $S_j(x)=1$. Es decir, esta célula de campo simple no puede informar al está respondiendo a una rendija o a dos puntos de luz (Hoppner, 1.974; Pollen y Taylor, 1.974).

b) En concreto.

(i) Célula cuyo campo tiene centro estrecho y flancos simétricos: S_{ON} (corresponde a S-C de Hubel y Wiesel (1.962)).

$$S_{ON,j}(x) = \lambda \left[\sum_{i=1}^n \gamma_{ji} G_{ON,i}(x) - \theta_j \right] \quad (41)$$

donde $0 < \theta_j < n$; $G_{i,ON}$ son las células del cuerpo geniculado lateral que tienen sus campos en línea recta y - centros ON; $1 < n \leq 10$ (Szentágothai y Arbid, 1.974).

El estímulo óptimo es un rectángulo de luz cuya anchura es el diámetro de la región central del campo, que cae sobre la región central.

(ii) Campo con centros estrechos y flancos simétricos; centro inhibidor: S_{OFF} .

Corresponde a S-D de Hubel y Wiesel (1.962).

$$S_{OFF,j}(x) = \lambda \left[\sum_{i=1}^n \delta_i G_{i,OFF,j}(x) - \theta_j \right] \quad (41)$$

donde $0 < \theta_j < n$; $G_{i,OFF}$ son las células del cuerpo geniculado lateral que tienen sus campos en línea recta vertical y centros OFF; $i < n \leq 10$.

El estímulo óptimo es un rectángulo obscuro sobre fondo iluminado cuya anchura es igual a la región central del campo, que cae en la región central.

(iii) Campo con centros grandes y flancos concentrados: corresponde a S-F de Hubel y Wiesel (1.962). Tanto para la región central ON como OFF las aferencias proceden de células del cuerpo geniculado lateral cuyos centros son anchos y la razón diámetro centro/diámetro periférica, pequeña.

(iv) Células cuyos campos tienen una región excitadora y otra inhibidora: SB

Corresponde a S-G de Hubel y Wiesel (1.962).

Células que perciben un borde con luz en la parte derecha y obscuro en la parte izquierda:

$$SBD_j(x) = \lambda [S_{OFF,i}(x) + S_{ON,j}(x) - \theta_j] \quad (42)$$

donde $j < \theta_j < 2$

células que perciben un borde con luz en la parte izquierda y obscuro en la parte derecha:

$$SBI_j(x) = \lambda [S_{ON,i}(x) + S_{OFF,j}(x) - \theta_j] \quad (43)$$

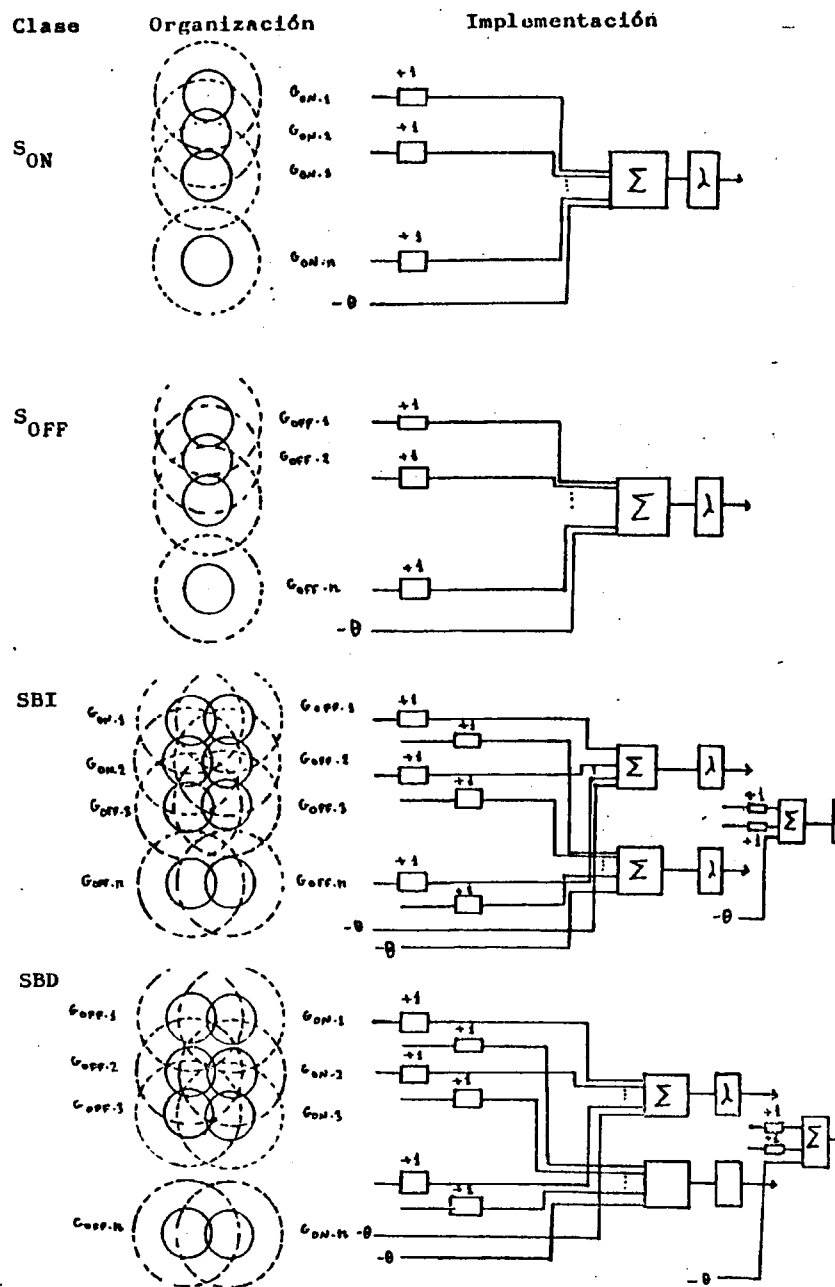
donde $1 < \theta_j < 2$

El estímulo óptimo para estas dos células es el mencionado para cada campo. En la construcción de este tipo de campo se utiliza la jerarquía de campos simples propuesta por Schiller et al. (1976d).

5.2.III.3. Implementación y funcionamiento.


A fin de observar el funcionamiento de S_j (no con fines de cálculo) se considera la superficie de disparo de los campos simples compuesta por el solapamiento de la superficie de disparo de las células del cuerpo geniculado lateral que inciden sobre S_j . Un estímulo que cae sobre el campo causa una respuesta cuya intensidad es equivalente a la diferencia de los volúmenes intersectados por la región luminosa del estímulo en el centro y en la periferia. Si la diferencia, sumada algebraicamente al umbral, es mayor que 0 la célula responde 1, si es menor que 0, responde 0. (ello no quiere decir que la célula carezca de disparo). Para un estímulo que cubra todo el campo el volumen bajo la superficie de sensibilidad del centro es igual al volumen bajo la superficie de sensibilidad de la periferia. Por ello un estímulo luminoso que cubre el campo no elicitaba respuesta alguna. Puesto que el perfil de sensibilidad de la célula del cuerpo geniculado es una curva gaussiana tanto para el centro como para la periferia, el perfil de disparo de S_j es idéntico al de una célula de cuerpo geniculado. En la tabla 3 se presentan la disposición espacial y la implementación para las diversas clases de células de campo simple formalizadas anteriormente.

Tabla 3

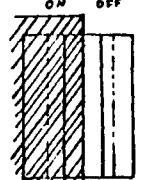


Se considera como ejemplo el funcionamiento de SBI_j . Se supone que $n=5$, $\gamma_{ij}=1$, $\theta_{on}=3$, $\theta_{off}=3$ y $\theta_i=1.50$. Se emplea como estímulo un borde que cae sobre el campo, de orientación vertical, variando su posición y su orientación (luz a la derecha, luz a la izquierda). La parte rayada es la parte no iluminada:

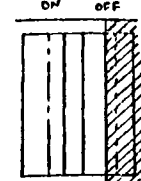
Caso 1: estímulo que es un borde con luz a la izquierda y situado en posición adecuada.

ON	OFF		$G_{ON}(x)$	$G_{OFF}(x)$	$S_{ON}(x)$	$S_{OFF}(x)$	$SBI(x)$
		1	1	1			
		2	1	1			
		3	1	1	1	1	1
		4	1	1			
		5	1	1			

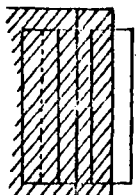
Caso 2: estímulo que es un borde con luz a la derecha y situado en posición adecuada.

ON	OFF		$G_{ON}(x)$	$G_{OFF}(x)$	$S_{ON}(x)$	$S_{OFF}(x)$	$SBI(x)$
		1	0	0			
		2	0	0			
		3	0	0	0	0	0
		4	0	0			
		5	0	0			

Caso 3: estímulo que es un borde con luz a la izquierda y situado en posición no adecuada.

ON	OFF		$G_{ON}(x)$	$G_{OFF}(x)$	$S_{ON}(x)$	$S_{OFF}(x)$	$SBI(x)$
		1	0	0			
		2	0	0			
		3	0	0	0	0	0
		4	0	0			
		5	0	0			

Caso 4: borde con luz a la derecha y posición no adecuada

	ON	OFF	$G_{ON}(x)$	$G_{OFF}(x)$	$S_{ON}(x)$	$S_{OFF}(x)$	$SBI(x)$
			1	0			
			2	0			
			3	0	1	0	1
			4	0	1		
			5	0	1		

5.2.IV. Células de campo complejo (Hubel y Wiesel, 1.962, 1.963a, 1.963b, 1.968).

5.2.IV.1. Características.

Numerosos trabajos apoyan la diferenciación de las células corticales en simples y complejas (Henry, Dreher y Bishop, 1.974, Hubel y Wiesel; Murray Sherman et al., 1.976; Schiller et al., 1.976a 1.976b, 1.976c, 1.976d, entre otros). Las células de campo complejo son células corticales que no muestran separación espacial en su campo, es decir, que no tienen regiones excitadoras e inhibitoras y cuando existen no se encuentran antagonismos entre ambas regiones. Las áreas que responden tanto al incremento como al decremento de luz están solapadas. Las células tienen un eje de orientación específico para cada una que coincide con la orientación óptima del estímulo para lograr un máximo en el disparo. No responden a la luz difusa ni a los puntos de luz y responden óptimamente a estímulos alargados específicos (a los mismos estímulos que son más efectivos en las células de campo simple: barras oscuras, rendijas de luz, bordes) cuya orientación es la mas adecuada. La orientación y forma del estímulo es crítica para elicitar una respuesta máxima aunque no la posición en el campo receptor puesto que la célula responde a estímulos adecuados situados en cualquier parte de su campo. El perfil de sensibilidad, que depende de la orientación de los estímulos, es semejante al de las células de campo simple (Henry et al., 1.974; Schiller et al., 1.976b) y alcanza su máximo cuando el estímulo está

orientado óptimamente (coincidiendo con el eje de orientación del campo) y decae progresivamente cuanto más se aparta de esta orientación. No existen respuestas a estímulos perpendiculares al eje del campo. Todo ello es una característica de la célula aunque ninguna orientación predomina sobre las demás. Las dimensiones del estímulo son también importantes puesto que la anchura del estímulo ha de ser la adecuada. Sin embargo, evidencia experimental presentada por Murray Sherman et al. (1976) indica que la respuesta de las células de campo complejo se mantiene casi constante independientemente de la anchura del estímulo. En cuanto a la longitud, se obtiene una respuesta máxima si el estímulo cubre todo el campo existiendo, por tanto, suma en la dirección de la orientación del campo. Cuando el estímulo cae fuera del campo por ser más largo no se aprecia ningún efecto (ni excitación ni inhibición) como es de esperar de acuerdo con la definición de campo receptor. Las células de campo complejo responden, además, vigorosamente a un estímulo que se mueve por todo el campo en una dirección perpendicular a la orientación del mismo. Algunas células muestran preferencia por una dirección y sentido del movimiento; otras responden igualmente bien al movimiento en ambos sentidos. También las células de campo complejo pueden ser excitadas binocularmente o por un solo ojo (ipsilateral o contralateral) predominando aquellas cuya dominancia ocular es igual para ambos ojos.

Las células de campo complejo se encuentran tanto en el área 17 del cortex del gato como en las áreas 18 y

19 (Hubel y Wiesel, 1.965). Kelly y van Essen (1.974) descubren que las células de campo complejo del área 17 del cortex del gato corresponden a las células piramidales y se encuentran en los niveles II y III, V y VI faltando totalmente en el nivel IV.

Los parámetros del estímulo que han de ser especiificados para determinar la respuesta de una célula de campo complejo son: (i) forma y configuración de la luz; (ii) tamaño; (iii) orientación; (iv) dirección y velocidad de movimiento.

La combinación de estos parámetros origina los estimulos óptimos o aquellos rasgos que las células de campo complejo detectan en los estímulos que caen sobre su campo: (i) rectángulos de luz (rendijas); (ii) rectángulos oscuros (barras); (iii) bordes iluminados a la derecha o a la izquierda. Estos estímulos han de tener el tamaño y la orientación adecuada; es indiferente su posición en el campo.

Las clases -descubiertas por Hubel y Wiesel (1.962)- de células de campo complejo son: (i) células activadas por rendijas de luz; (ii) células activadas por barras oscuras; (iii) células activadas por bordes.

Para explicar el funcionamiento de las células de campo complejo diversos modelos han sido propuestos. Entre ellos:

a) Hubel y Wiesel (1.962, 1.965).

Las células de campo complejo son células de un orden superior a las simples que reciben aferencias excitadoras de las células de campo simple dispuestas de mo-

do que tienen el mismo eje de orientación pero distinta posición en la retina. Así pues para cada campo complejo se pueden utilizar campos simples adecuados como "bloques de construcción" dispersándoles por una región apropiada de la retina. El modelo que se propone es tentativo puesto que no existe una confirmación experimental de esas conexiones aunque sí está apoyado razonablemente. - No parece que las células complejas reciban aferencias directamente de las células del cuerpo geniculado lateral. Además, existe una progresión creciente en el tamaño de los campos. Las conexiones explican las características de disparo de las células de campo complejo (ver figura 20)

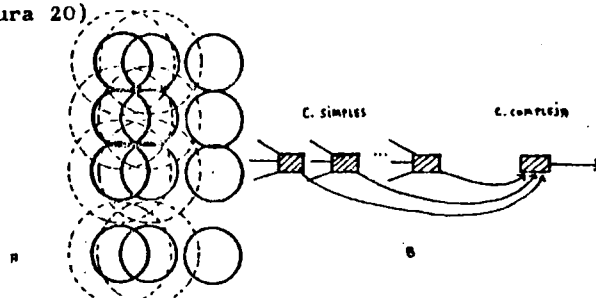


figura 20. Diagrama de conexiones de células de campo simple con una célula de campo complejo según Hubel y Wiesel (1.962). En A se muestra el solapamiento de los campos; en B conexiones.

b) Schiller et al: (1.976d; en el mono).

Señala la existencia de dos tipos de modelos para explicar la organización del campo complejo: (i) las propiedades de las células complejas son el resultado de los inputs convergentes excitadores de las células de

tipo S; es el modelo jerárquico antes señalado; (ii) las propiedades de las células tanto simples como complejas se explican mejor considerando que reciben aferencias directamente de las células del cuerpo geniculado lateral.

Estos autores apoyan -aun sin evidencia experimental directa- el modelo jerárquico. Una de las razones aducidas es que las células de campo simple, que reciben inputs directos desde las células del cuerpo geniculado lateral tienen bandas laterales inhibitoras; un modelo en paralelo implica que las células complejas tendrían también esas bandas inhibitoras; ahora bien, las células de campo complejo carecen de periferia inhibidora y por tanto un input directo de las células geniculadas no pueden explicar las peculiaridades de las células complejas.

c) Henry, Dreher y Bishop (1.974).

Concuerda con el modelo de Hubel y Wiesel en que las células complejas pueden recibir el output de un número determinado de células simples que tienen la misma orientación de sus campos y difieren de la posición en la retina. Ahora bien, las células simples necesitan estar dispersas espacialmente para explicar el tamaño más grande de los campos complejos y solamente una pequeña dispersión de la orientación de las células del grupo se necesita para explicar los perfiles de disparo mas aplastados en las células complejas. Si esto es así, las células complejas tienen especificidad a la orientación sin necesitar una organización del campo receptor como el de las células simples.

d) Existe un modelo que se presenta como alternativa a los citados hasta ahora. Este modelo es preconizado por diversos autores (Creutzfeldt, Innocenti y Brooks, 1.974; Glezer et al., 1.973; Hoffman y Stone, 1.971; Metzler y Spinelli, 1.977; Stone, 1.971; Stone y Dreher, 1.972, entre otros). Se formula para explicar algunos hechos con fuerte evidencia experimental. El modelo, por otra parte, afecta a todo lo dicho hasta aquí a cerca de las células ganglionares, células del cuerpo geniculado, células de campo simple. Se explicita aquí puesto que parece ser el lugar mas adecuado para establecer una integración entre trabajos diversos. Los hechos experimentales en los que se funda el modelo son, entre otros:

(i) la existencia de tres tipos de células, células X, células Y, células W en la retina (células ganglionares de tipo X e Y han sido encontradas por Enroth-Cugell y Robson, 1.966; Ikeda y Wright, 1.972; Fukada y Saito, 1.971; Fukuda y Stone, 1.974; Cleland, Levick y Sanderson, 1.973), en el nucleo geniculado lateral (Cleland, Dubin y Levick, 1.971; Fukuda, 1.973) y en el cortex visual del gato (Ikeda y Wright, 1974, 1.975a, 1.975b). Las células ganglionares de tipo X y de tipo Y difieren en su patrón de respuesta a un "grating" (rejilla) estacionario (Graham y Ratliff, 1.974), Las células de tipo X responden con disparos sostenidos a los estímulos que permanecen en su campo receptor mientras que las de tipo Y responden con una respuesta transitoria al comienzo y al final del estímulo. Brevemente, las células de tipo X presentan suma lineal de la excitación en el centro y en la perife

ria, poseen respuesta mantenida y axones de conducción lenta; las células de tipo Y presentan suma no lineal de las excitaciones del centro y la periferia, respuesta transitoria y axones de conducción rápida. Otras muchas diferencias han sido establecidas entre estos dos tipos de células; una tabla de estas diferencias puede verse en Ikeda y Wright (1.972, p.797).

(ii) La latencia de las células simples del cortex del gato es mas larga que la latencia de las células de campo complejo (Stone, 1.972).

El modelo propuesto (vease figura 21) supone que las células de campo simple e hipercomplejo reciben aferencias de las células del cuerpo geniculado lateral del tipo X (que a su vez reciben aferencias de las células ganglionares retinianas de tipo X) y que las células de campo complejo reciben aferencias de las células del cuerpo geniculado lateral de tipo Y (que a su vez reciben aferencias de las células ganglionares retinianas de tipo Y). No existe una jerarquía de niveles entre células simples y complejas sino un input en paralelo desde el cuerpo geniculado lateral. Representaciones gráficas del modelo así formulado pueden verse en Blakemore (1.975, p.252) y Rumelhart (1.977, p.50).

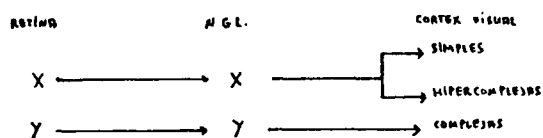


figura 21. Proyecciones separadas de las células ganglionares tipo X e Y sobre las células del cortex visual (según Blakemore, 1.975).

- e) Ikeda y Wright (1.972, 1.974, 1.975a, 1.975b) y Wright y Ikeda (1.974).

Presentan un modelo ligeramonte diferente al descrito con anterioridad aunque basado en los mismos hechos - experimentales y otros nuevos y que asume los modelos descritos en a), b) y c). Para Ikeda y Wright (1.972) las diferencias encontradas entre las células ganglionares de tipo X e Y reflejan el papel diferente que cada uno de estos tipos tiene en el procesamiento de las imágenes visuales. Las células X están relacionadas con el análisis de contrastes espaciales y reconocimiento de formas mientras que las células de tipo Y se ocupan de la detección del cambio del estímulo y del movimiento, es decir, del análisis de los aspectos temporales del estímulo visual y la detección del movimiento así como respuestas de orientación a estímulos visuales. Ikeda y Wright (1.974) registran la existencia en el cortex del gato de células simples con respuesta sostenida (tipo X) y respuestas transitorias (tipo Y) y de células de campo complejo con respuestas tanto de tipo X como de tipo Y. Ello lleva a hipotetizar que las células corticales retienen las propiedades espaciales y temporales de las células ganglionares de la retina y que cumplen con respecto a la información visual el mismo papel que éstas, independientemente de que sean simples o complejas. Efectivamente, Ikeda y Wright (1.975a) apoyan la independencia de clasificación de las células por su tipo de respuesta (tipo X, tipo Y) y su clasificación en simples y complejas. Con ello se confirma la existencia de dos canales independientes en el proce-

samiento de la información visual: el canal con células de respuesta sostenida (tipo X) que se ocupa del análisis de aspectos espaciales de los estímulos visuales y el canal de células de respuesta transitoria (tipo Y) - que tiene por cometido el análisis de los aspectos temporales. Por tanto, diferentes poblaciones de células se ocupan de la detección de un patrón, de una parte, y de su movimiento, de otra.

Este modelo es inconsistente con el propuesto en el apartado anterior y abre la posibilidad de mantener en pie el modelo de Hubel y Wiesel (1.965, 1.968) puesto que además las células de tipo X se agrupan en columnas diferentes de las de la célula de tipo Y. Ahora bien, Ikeda y Wright (1.975a 1.975b) concluyen que los resultados obtenidos no permiten afirmar que la teoría jerárquica de Hubel y Wiesel se verifique en cada uno de los dos canales; es decir, no existe indicio de que las células de campo complejo de respuesta mantenida reciban aferencias de las células de campo simple de respuesta mantenida y lo mismo con las células de tipo Y. Con todo, las posibilidades del modelo de Hubel y Wiesel se mantienen.

Un modelo que utiliza esta división de funciones para las células X y las células Y ha sido propuesto por Breitmeyer y Ganz (1.976) para explicar los diversos tipos de efectos de enmascaramiento (masking), en donde se hipotetiza que:

los canales de células de disparo sostenido están implicados en el procesamiento de la información estructural o figural, mientras que los canales de disparo transitorio están implica-

dos en la señalización de la localización espacial o el cambio en la localización espacial (movimiento) de un estímulo (p.1).

En este trabajo se utiliza el canal de células de tipo X que se ocupa del análisis espacial de las formas presentadas en la retina. Puesto que no se presentan estímulos de movimiento no es necesaria la utilización del canal de células de respuesta transitoria. Se asume por tanto que los diversos estados o niveles formalizados hasta ahora lo son del canal de células de tipo X.

5.2.IV.2. Formalización, implementación y funcionamiento.

a) En general.

Sea $C_j(x)$ la salida de la célula de campo complejo j ante la presentación en la retina del patrón X .

$$C_j(x) = \lambda [d_j(x)] \quad (44)$$

donde

$$d_j(x) = \lambda [\delta_{ji} S_i(x) - \theta_j] \quad (45)$$

siendo $S_i(x)$ la salida de la i -ésima célula de campo simple que hace sinapsis con C_j ; $i=1,2,\dots,n$, n es el número de células de campo simple que inciden sobre C_j ; δ_{ji} es el peso de la sinapsis i -ésima sobre la célula de campo complejo j ; θ_j es el umbral de la j -ésima célula de campo complejo; d_j la función discriminante implementada por C_j .

Observar que las salidas $S_i(x)$ se utilizan como componentes del vector de input para C_j . Es decir, las células de campo simple que inciden sobre C_j se utilizan como coordenadas del espacio de patrones para C_j , que es la -

función realizada por una máquina de cuatro niveles (vease figura 22) para la cual el espacio de patrones original es la región de la retina que constituye el campo receptor y el espacio imagen tercero es el constituido por S_1 como coordenadas. A la vez $S(C_j)$ es la región de la retina de la que depende su funcionamiento, es decir, el campo receptor. El patrón proyectado en la retina sufre tres transformaciones antes de llegar a C_j .

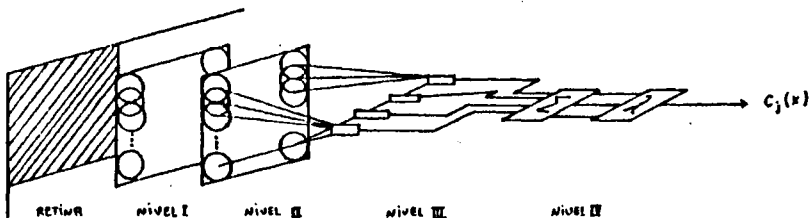


figura 22. La célula de campo complejo como una máquina de cuatro niveles. La porción rayada de la retina es $S(C_j)$

Los parámetros que hay que precisar para C_j son: δ_{ji} , θ_j , el número de células de campo simple que inciden sobre C_j y la distancia entre los centros de dos S_1 sucesivas.

Si $\delta_{ji} = 1$, entonces $0 < \theta_j < 1$ ya que empíricamente $C_j(x) = 1$ cuando existe al menos $S_1(x) = 1$. La implementación está representada en la figura 23.

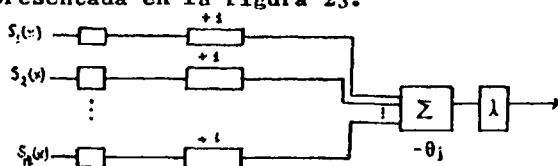


figura 23. Implementación, en general, de un campo complejo a partir de las células de campo simple.

Un ejemplo puede aclarar, como en el caso de las células de campo simple, el sistema utilizado para formalizar C_j . Se supone una célula de campo complejo a la cual envían sus outputs tres células de campo simple S_1 , S_2 , y S_3 , cuyos campos receptores están situados a lo largo de un eje horizontal y solapados unos con otros. La máquina de cuatro niveles cuyo funcionamiento calcula $C_j(x)$ tiene por tercer espacio imagen un hipercubo de tres dimensiones cuyas coordenadas son las tres células de campo simple. Si $\delta_{ji} = 1$ el umbral es $0 < \theta_j < 1$ puesto que la célula de campo complejo dispara 1 cuando una célula de campo simple dispara 1. Se elige, para este caso particular, $\theta = 0.50$. El campo complejo C_j posee una célula que implementa una TLU, que recibe como input el vector $(S_1(x), S_2(x), S_3(x))$. Esta TLU realiza en el tercer espacio imagen un hiperplano, que en este caso concreto tiene por ecuación:

$$S_1(x) + S_2(x) + S_3(x) - 0.50 = 0$$

La representación gráfica puede verse en la figura 24.

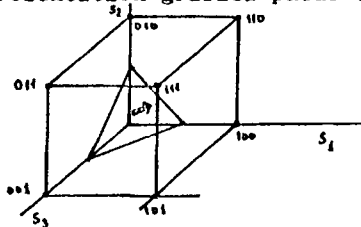


figura 24. Funcionamiento de una célula de campo complejo. La flecha señala el lado positivo del hiperplano

Se observa en la figura que ($S_1(x)$, $S_2(x)$, $S_3(x)$) no es el patrón X que cae sobre la retina sino el vector de salida para X del nivel III. Por otra parte, - el disparo para dos estímulos que caen en el campo receptor (sean barras, rendijas o bordes) es también 1 (Murray Sherman et al. , 1.976).

b) En concreto.

(i) célula de campo complejo que detecta barras oscuras en los estímulos: CB.

Corresponde a la célula registrada por Hubel y - Wiesel (1.962; figura 7, p.120)

$$CB_j(x) = \lambda \left[\sum_{i=1}^n \delta_{ji} S_{OFF,i}(x) - \theta_j \right] \quad (46)$$

Suponiendo que $\delta_{ji} = 1$, $0 < \theta < 1$, $n=4$ y la distancia entre los centros de dos campos simples sucesivos es igual a la anchura de la region central de esos campos simples, la implementación está representada en la figura 25. El estímulo óptimo para este campo es una barra oscura rectangular de orientación vertical.

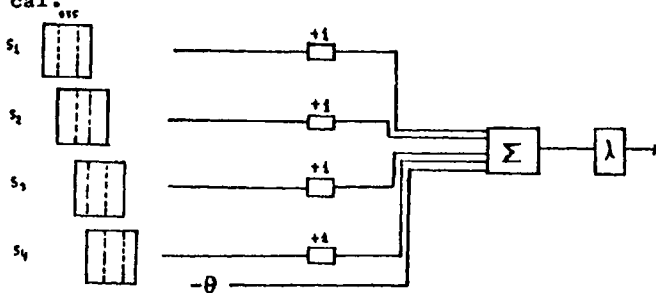
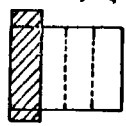


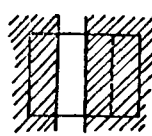
figura 25. Implementación de CB_j en función del output de las células de campo simple.

A continuación se consideran dos casos para ilustrar el funcionamiento de CB. Los valores de los parámetros son los mismos que en la implementación y $\theta = 0.50$. En estos casos y en todos los demás la parte rayada sobre la superficie del campo es la parte no iluminada.

Caso 1: Barra oscura que cae en el campo de C_j en posición adecuada.

s_1, s_2, s_3, s_4	$S_1(x)$	$d_j(x)$	$C_j(x)$
	$S_1 \quad 1$		
	$S_2 \quad 0$	1	1
	$S_3 \quad 0$		
	$S_4 \quad 0$		

Caso 2: Barra luminosa (rendija) que cae en el campo de C_j en posición adecuada.

s_1, s_2, s_3, s_4	$S_1(x)$	$d_j(x)$	$C_j(x)$
	$S_1 \quad 0$		
	$S_2 \quad 0$	0	0
	$S_3 \quad 0$		
	$S_4 \quad 0$		

(ii) Célula de campo complejo que detecta barras de luz (rendijas) en los estímulos: CR.

Corresponde a la célula registrada por Hubel y Wiesel (1.962, figura 4, p.116)

$$CR_j(x) = \lambda \left[\sum_{i=1}^n \delta_{ji} S_{ON,i}(x) - \theta_j \right] \quad (47)$$

Suponiendo que $\delta_{ji} = 1, 0 < \theta_j < 1$, $n=4$ y la distancia entre los centros de dos S_1 sucesivos igual a la anchura de la región central de los campos simples, la implementación

de CR esta representada en la figura 26. El estímulo óptico es una barra rectangular de luz de orientación vertical.

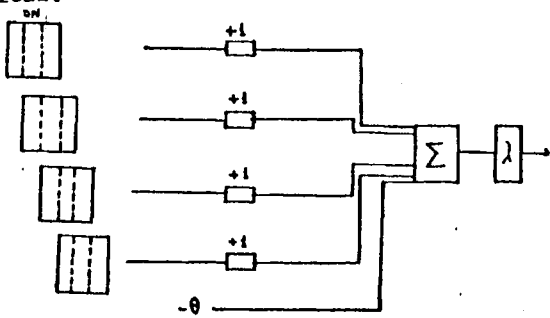


figura 26. Implementación de CR_j en función del output de las células de campo simple.

Se consideran ahora dos casos para ilustrar el funcionamiento de CR. Los valores de los parámetros utilizados son: $n=4$, $\delta_{ji}=1$, $\theta=0.50$; la distancia entre los campos simples y el significado de los signos gráficos igual que en los casos anteriores

Caso 1: Barra luminosa (rendija) que cae en el campo de C_j en posición adecuada.

s_1, s_2, s_3, s_4	$S_i(x)$	$d_j(x)$	$C_j(x)$
	S_1 0		
	S_2 1	1	1
	S_3 0		
	S_4 0		

Caso 2: Barra oscura que cae en el campo de C_j en posición adecuada.

s_1, s_2, s_3, s_4	$S_i(x)$	$d_j(x)$	$C_j(x)$
	S_1 0		
	S_2 0	0	0
	S_3 0		
	S_4 0		

(iii) Célula de campo complejo detector de bordes en los estímulos: CBD_j , CBI_j .

Bordes con luz a la derecha

$$CBD_j(x) = \lambda \left[\sum_{i=1}^n \delta_{i,j} SBD_i(x) - \theta_j \right] \quad (48)$$

Bordes con luz a la izquierda

$$CBI_j(x) = \lambda \left[\sum_{i=1}^n \delta_{i,j} SBI_i(x) - \theta_j \right] \quad (49)$$

Suponiendo que $\delta_{i,j} = 1$, $0 < \theta < 1$, $n=4$ y la distancia entre S_i sucesivos como en los casos anteriores, la implementación de CBI_j esta representada en la figura 27. El estímulo óptimo para esta célula es un borde recto con la región luminosa a la izquierda y la región oscura a la derecha.

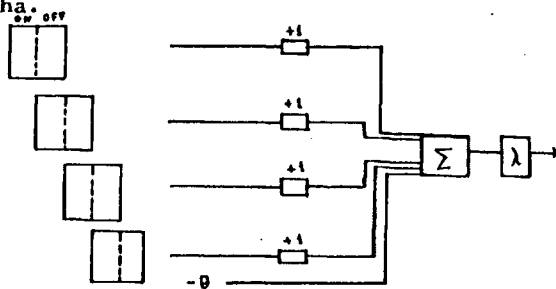



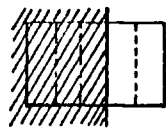
figura 27. Implementación de una célula de campo complejo que detecta bordes (CBI) en función del output de las células de campo simple.

Se consideran dos casos para ilustrar el funcionamiento de CBI. Los valores de los parametros utilizados son: $n=4$, $\delta_{i,j}=1$, $\theta=0.50$ y la distancia entre los campos simples igual que en los casos anteriores.

Caso 1: Borde con luz a la izquierda que cae en el campo de C_j en la posición adecuada.

	$SBI_1(x)$	$d_j(x)$	$C_j(x)$
	0		
	1	1	1
	0		
	0		

Caso 2: Borde con luz a la derecha que cae en el campo de C_j en la posición adecuada.

	$SBI_1(x)$	$d_j(x)$	$C_j(x)$
	0		
	0	0	0
	0		
	0		

5.2.V. Células de campo hipercomplejo (Hubel y Wiesel
1.965, 1.968(en monos)).

5.2.V.1. Características.

En el sistema visual del gato se encuentran células aún mas especializadas que las células de campo complejo. Estas son las células hipercomplejas de orden inferior (HI) e hipercomplejas de orden superior (HS). Estas células no responden ni a los puntos de luz ni a la luz difusa. Responden a estímulos adecuados en su forma (rendijas, barras, bordes, esquinas y lengüetas) adecuadamente orientados, colocados debidamente en su zona excitadora y con una longitud (en la dirección del eje del campo) determinada. La longitud del estímulo (como característica que les diferencia de las células simples y complejas) es crítica, de tal manera que la respuesta aumenta hasta que el estímulo alcanza una longitud determinada, es decir, existe una suma hasta una longitud óptima. Si el estímulo aumenta mas allá de esa longitud invadiendo zonas inhibitorias la respuesta decrece muy rápidamente o desaparece. Hay que recordar que en los campos simples y complejos un estímulo puede crecer indefinidamente sin afectar, mas allá de cierto límite, la respuesta de la célula. Todas las células hipercomplejas poseen una orientación para la cual la respuesta es máxima. Los perfiles de sensibilidad con respecto a la orientación son parecidos a los de las células simples y complejas (Henry et al., 1.974a, 1.974b); la respuesta es máxima para la orientación óptima y decrece en forma gaussiana hasta llegar al nivel de disparo espontáneo

cuando se desvía $\pm 30^\circ$ de la orientación óptima. No existe respuesta para un estímulo situado perpendicularmente al eje del campo.

Las células hipercomplejas de orden superior presentan todas las características mencionadas anteriormente y además responden a estímulos colocados en cualquier parte de su campo receptor, de una forma, anchura y longitud específica. Responden igualmente bien a estímulos orientados tanto en la dirección del eje del campo como perpendiculares a ese eje.

Ambas clases de células responden a estímulos que se mueven, algunas de ellas mostrando preferencia a la dirección y sentido del movimiento. Pueden ser impulsadas tanto por un ojo (ipsalateral o contralateral) como por los dos, en un grado de dominancia distinta o igual para cada uno de ellos.

Hubel y Wiesel (1.965) registran su existencia en las áreas 18 y 19 de la corteza del gato, siendo mas abundantes en el área 18. Hubel y Wiesel (1.968) registran su existencia tambien en el area 17 de la corteza del gato. Kelly y van Essen (1.974) confirman la existencia de esta clase de células en el area 17 de la corteza del gato, siendo mas abundantes en los niveles II y III.

Las células hipercomplejas pueden ser especificadas conociendo: (i) la posición de su campo receptor en la retina; (ii) la organización de su campo; (iii) la orientación; (iv) la preferencia por la dirección del movimiento; (v) el grado de dominancia ocular. Los parámetros del estímulo que han de ser especificados para predecir la -

respuesta de estas células son: (i) la posición en el campo receptor (zona excitadora y/o zona inhibidora); (ii) la forma del estímulo; (iii) su tamaño; (iv) su orientación; (v) dirección y sentido del movimiento.

La combinación de estos parámetros origina los estímulos óptimos o aquellos rasgos del estímulo que las células detectan. En concreto:

- a) bordes limitados por un lado mediante un borde perpendicular al primero (esquinas).
- b) bordes limitados por los dos lados mediante dos bordes perpendiculares al primero (lengüetas).
- c) barras de luz limitadas por los extremos superior e inferior (rendijas de tamaño específico).
- d) barras oscuras limitadas por los dos extremos (barras oscuras de tamaño específico).

Estos estímulos han de estar adecuadamente situados en el campo con una orientación determinada (especialmente para III).

Las clases registradas por Hubel y Wiesel (1.965) es tan relacionadas con los estímulos óptimos mencionados con anterioridad:

- a) células activadas por esquinas.
- b) células activadas por lengüetas.
- c) células activadas por rendijas de luz
- d) células activadas por barras oscuras.

Algunos modelos propuestos para explicar estas características enunciadas anteriormente son:

- a) Hubel y Wiesel (1.965, 1968).

Las propiedades de las células de campo hipercomplejo de orden inferior pueden explicarse si se asume que

estas células reciben sus aferencias desde células complejas; algunas sinapsis son excitadoras y otras inhibitoras. Los modelos propuestos para los diversos tipos de células hipercomplejas pueden verse en Hubel y Wiesel (1.965, p. 280). El input excitador es el output de una célula compleja con un campo receptor cuya posición, orientación y organización son idénticas a las que posee la parte central (excitadora o inhibitora) de la célula hipercompleja; los inputs inhibitoras tienen un origen en células complejas con las mismas características de orientación y organización pero cuyos campos receptores están desplazados a uno y otro lado del campo complejo activador en la dirección de la orientación óptima. Estos flancos inhibitorios proporcionan las regiones antagonistas responsables de la sensibilidad de la célula a los estímulos limitados en uno u otro sentido (ver figura 28).

Las células hipercomplejas de orden superior se construyen a partir de cada modelo concreto de las hipercomplejas de orden inferior.

Evidentemente este modelo supone una alta especificidad de conexiones proporcionada por la organización columnar que se describirá más adelante.

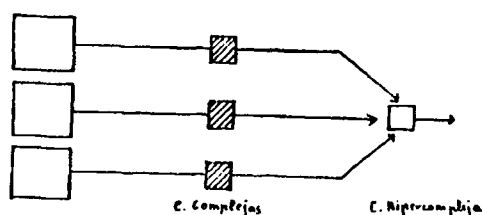


figura 28. Modelo de conexiones para una célula hipercompleja (según Hubel y Wiesel, 1.965).

b) Schiller et al. (1.976d).

Las células de campo hipercomplejo parecen células de campo simple en alguna de sus características. Sin embargo, la situación en las capas corticales es diferente. Los mecanismos propuestos para la orientación dan lugar también a la selección del tamaño del estímulo.

c) Henry et al. (1.974).

El modelo para campos hipercomplejos es el mismo que el indicado para los campos simples (ver figura 16) con la característica adicional de que las zonas a uno y otro lado del centro de descarga son en este caso inhibidoras. El mecanismo para la especificidad de orientación es el mismo que el mecanismo para células de campo simple.

d) Sillito (1.977).

Los trabajos de Hubel y Wiesel no proporcionan experiencia directa en lo que se refiere a la extensión espacial y al posible grado de solapamiento de los componentes excitadores e inhibidores del campo receptor de las células hipercomplejas. Los resultados obtenidos por Sillito (1.977) y Sillito y Versiani (1.977) en el área 17 de la corteza del gato, confirman las características encontradas por Hubel y Wiesel relativas a la especificidad del estímulo en cuanto a longitud y a los inputs inhibidores generados por la estimulación de regiones periféricas a la zona activadora del campo receptor. Sin embargo se introduce la posibilidad de que la preferencia en longitud puede estar determinada por las propiedades procedentes del input excitador de la región central (en el

caso de un campo receptor de rendijas de determinado tamaño), ya que la estimulación simultánea del centro (junto con la de las regiones periféricas) es una precondición para el efecto inhibitorio de la periferia que presentan estas células. De aquí que no exista una clara división del campo receptor en zonas excitadoras e inhibitorias para los campos de las células hipercomplejas de la capa superficial. También parece existir un input inhibitorio desde el centro del campo receptor. El modelo propuesto (ver figura 29) es similar al de Hubel y Wiesel pero supone la existencia de una interneurona inhibitoria que recibe aferencias tanto del centro como de la periferia, además del input directo excitador de una célula hipercompleja de la capa V situada en la parte central. Los detalles de este modelo no serán incorporados a este trabajo pero se tendrá en cuenta el alto grado de solapamiento encontrado entre las regiones inhibitorias y excitadoras.

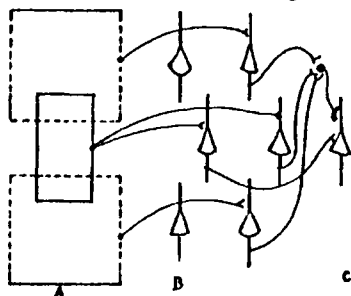


figura 29. Modelo de conexiones para explicar las características del funcionamiento de las células hipercomplejas del nivel superficial (según Sillito, 1.977). En A se muestra el solapamiento de los campos; en B, las células hipercomplejas del nivel V; en C, la célula hipercompleja del nivel superficial.

5.2.V.2. Formalización, implementación y funcionamiento de las células hipercomplejas de orden inferior.

a) En general.

Sea $HI_j(x)$ la salida de la célula HI_j para el patrón X presentado en la retina y que cae dentro del campo receptor de HI_j .

$$HI_j(x) = \lambda [d_j(x)] \quad (50)$$

donde

$$d_j(x) = \sum_{i=1}^n \epsilon_{ji} C_i(x) - \theta_j \quad (51)$$

siendo $C_i(x)$ la salida de la i -ésima célula de campo complejo que hace sinapsis sobre HI_j ; $i=1,2,\dots,n$, n es el número de células de C_j que inciden sobre HI_j ; ϵ_{ji} es el peso de la sinapsis de la célula C_i sobre HI_j ; θ_j es el umbral de HI_j .

Observar que las salidas $C_i(x)$ se utilizan como componentes del vector de input para HI_j . Es decir, las células de campo complejo que inciden sobre HI_j se utilizan como coordenadas del cuarto espacio imagen. También hay que decir que HI_j es la función realizada por una máquina de cinco niveles para la cual el espacio original de patrones es una región limitada de la retina, precisamente el campo receptor de HI_j y el nivel IV está formado por las células de campo complejo (ver figura 30). El soporte, $S(HI_j)$, es la región de la retina de la que depende el funcionamiento de HI_j , es decir el campo receptor. Existen tantas máquinas de niveles (de cinco) cuantas HI_j existan.

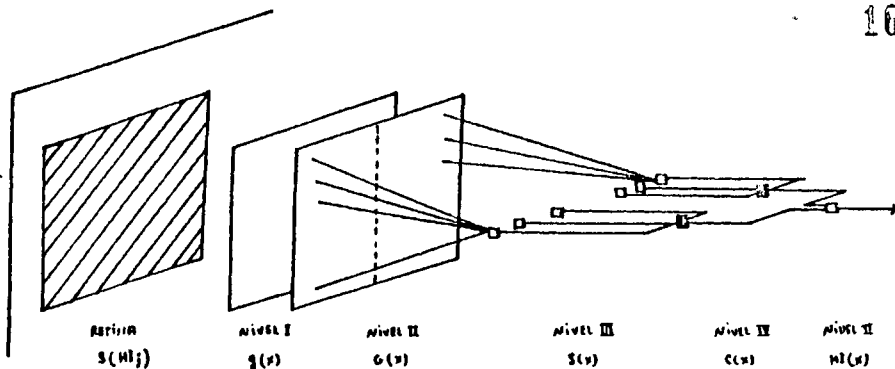


figura 30. La célula de campo hipercomplejo de orden inferior como una máquina de cinco niveles. La parte rayada - es $S(HI_j)$.

Los parámetros que es necesario precisar para HI_j son: E_{ji} , θ_j , el número de células de campo complejo que inciden sobre HI_j y la distancia entre dos células C_j que envían sus outputs a la misma HI y son sucesivas.

La implementación y el funcionamiento será estudiada para cada clase concreta.

b) En concreto.

(i) Células de campo hipercomplejo que detectan bordes limitados por un lado (esquinas): $HIESQ_j$.

Existen, como es obvio, cuatro tipos de esquinas de orientación vertical:

A - esquina con luz a la izquierda y límite abajo: $ESQA$.



B - esquina con luz a la derecha y límite abajo: $ESQB$.

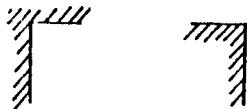


E - esquina con luz a la izquierda y límite arriba:



F - esquina con luz a la derecha y limite arriba:

ESQF.



La célula registrada por Hubel y Wiesel (1.965; figuras 8,9,10 y 11) y Hubel (1.971) responde a una esquina del tipo E (considerando el campo con orientación vertical). Sea $HIESQE_j(x)$ la respuesta de esa célula al patrón X - presentado en la retina.

$$HIESQE_j(x) = \lambda [\epsilon_{j,1} CBI_1(x) + \epsilon_{j,2} CBI_2(x) - \theta_j] \quad (52)$$

donde $CBI_1(x)$ y $CBI_2(x)$ son los campos complejos que detectan bordes con parte luminosa a la izquierda; $\epsilon_{j,1} = 1$ es el peso de la sinapsis de CBI_1 sobre la célula hipercompleja; $\epsilon_{j,2} = -1$ es el peso de la sinapsis de CBI_2 sobre la misma célula; entonces $0 < \theta_j < 1$ ya que basta con que un campo dispare 1 para que el valor de $HIESQE_j(x)$ sea 1.

Si se conservan los parámetros anteriores y la distancia entre los centros de CBI_1 y CBI_2 es igual a la longitud de ambos campos, la implementación es la representada en la figura 31. La implementación para los campos detectores de otros tipos de esquinas es similar.

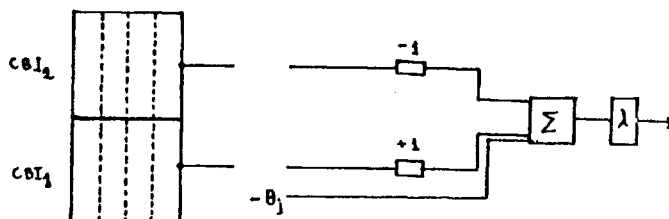
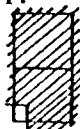


figura 31. Implementación de HIESQE.

El estímulo óptimo para esta célula es una esquina de tipo E de orientación vertical. El funcionamiento del campo puede observarse en los casos particulares que se detallan a continuación:

Caso 1:

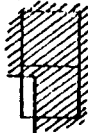


$C_2=0$
 $C_1=0$

$HIESQE(x)=0$

Aunque es un estímulo adecuado su tamaño no es suficiente para hacer $C_1(x)=1$.

Caso 2:

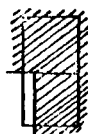


$C_2 \neq 0$
 $C_1=1$

$HIESQE(x)=1$

El borde tiene el tamaño adecuado para hacer que el campo simple correspondiente de C_1 dispare 1.

Caso 3:

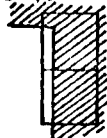


$C_2=0$
 $C_1=1$

$HIESQE(x)=1$

El borde es el estímulo óptimo para este campo y está adecuadamente situado.

Caso 4:

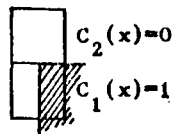


$C_2(x)=1 \text{ ó } 0$
 $C_1(x)=1$

$HIESQE(x)=1 \text{ ó } 0$

El borde que cae sobre C_1 hace que el campo simple correspondiente dispare 1. El estímulo cayendo sobre la región inhibidora hace que $C_2(x)$ sea 1 ó 0 en función del umbral del campo simple correspondiente. Si el umbral es bajo, entonces $C_2(x)=1$; si es alto, $C_2(x)=0$.

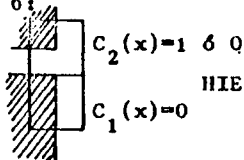
Caso 5:



HIESQE(X)=1

La célula responde a la esquina correspondiente de E (oscura). El borde que cae sobre C_1 hace que la célula compleja dispare 1 puesto que C_1 es CBI (detector de bordes con iluminación en la parte izquierda). Además puesto que C_2 tiene todo el campo iluminado $C_2(x)=0$

Caso 6:



HIESQE(X)=0

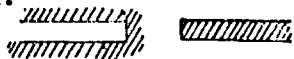
El borde que cae sobre C_1 hace que $C_1(x)=0$. El borde que cae sobre C_2 hace que $C_2(x)$ sea 1 ó 0 en función del umbral de las células de campo simple.

Es necesario observar que los campos detectores de esquinas cumplen en el cortex del gato la misma función que los detectores de bordes convexos en la retina de la rana (Hubel y Wiesel, 1965). Se notará, por otra parte, que el funcionamiento concreto de estas células depende de umbral fijado para las células de campo simple.

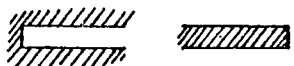
- (ii) Células de campo hipercomplejo de orden inferior que detectan bordes limitados por los dos lados (lengüetas): HIL_j

Existen, como es obvio, dos tipos de lengüetas iluminadas (a las que corresponden dos tipos de lengüetas oscuras):

Lengüetas cuyo borde vertical tiene iluminada la parte izquierda: LI.



Lengüetas cuyo borde vertical tiene iluminada la parte derecha: LD.



La célula registrada por Hubel y Wiesel (1965, pp. 247 y sgts., figuras 12, 13, 14 y 15) detecta una lengüeta con la parte derecha iluminada (suponiendo que la orientación del campo es vertical).

La formalización del funcionamiento de esta célula puede expresarse de la manera siguiente: Sea $HILD_j(x)$ la salida de la j -ésima célula de campo hipercomplejo para el patrón X . Entonces:

$$HILD_j(x) = \lambda \left[\varepsilon_{j,1} CBD_1(x) + \varepsilon_{j,2} CBD_2(x) + \varepsilon_{j,3} CBD_3(x) - \theta_j \right] \quad (53)$$

donde CBD_1 es el campo complejo correspondiente a la región central; CBD_2 y CBD_3 los campos complejos laterales, todos ellos detectores de bordes con luz a la derecha; $\varepsilon_{j,1}$ es el peso de la sinapsis de CBD_1 sobre $HILD_j$; $\varepsilon_{j,2}$ es el peso de la sinapsis de CBD_2 ; $\varepsilon_{j,3}$ es el de la sinapsis de CBD_3 ; entonces $0 < \theta_j < 1$.

Si se conservan los parámetros anteriores, la implementación de $HILD_j$ es la representada en la figura 32.

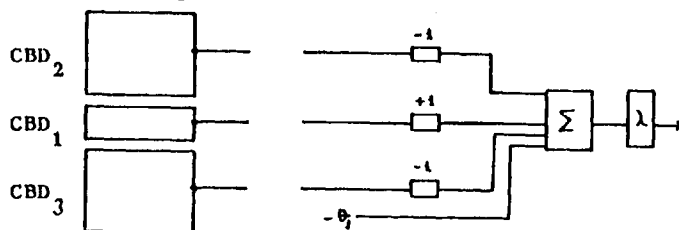


figura 52. Implementación de una célula de campo hipercomplejo que detecta lengüetas con su borde vertical iluminado en la parte derecha.

El estímulo óptimo para esta célula es una lengüeta cuyo borde vertical tiene la parte derecha iluminada.

Para ilustrar el funcionamiento de esta célula se considera el espacio de patrones para HILD. Este espacio no es el espacio original sino el cuarto espacio imagen cuyas coordenadas son CBD_1 , CBD_2 , CBD_3 . Los vértices del hiper cubo formado en este espacio imagen son los posibles patrones de input para HILD. A su vez, la célula implementa un hiperplano (representado en la figura 33) cuya ecuación, si $\theta_j = 0.50$, y conservando los parámetros anteriores, es:

$$CBD_1(x) - CBD_2(x) - CBD_3(x) - 0.50 = 0$$

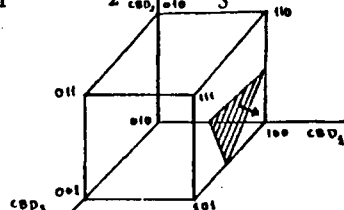


figura 33. Funcionamiento de la célula HILD_j. La flecha señala el lado positivo del hiperplano.

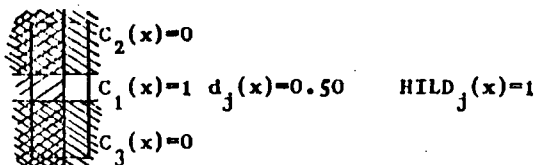
Como puede observarse el único patrón de input para el cual la célula responde 1 es (1,0,0), es decir, aquel que hace disparar 1 a la parte central y 0 a las partes laterales. Algunos casos pormenorizados se presentan a continuación. Los parámetros utilizados son los reseñados mas arriba. Comparar, también, el funcionamiento de esta célula artificial con el de la célula del mismo tipo registrada por Hubel y Wiesel (1965).

Caso 1:

$$\begin{array}{l} C_2(x)=1 \\ C_1(x)=1 \quad d_j(x)=-1.50 \quad HILD_j(x)=0 \\ C_3(x)=1 \end{array}$$

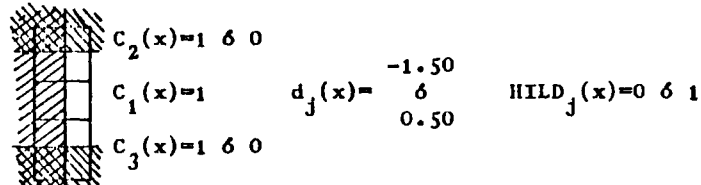
Todas las células de campo complejo responden 1 ya que estímulos óptimos caen sobre sus campos (bordes iluminados en la parte derecha). Los campos laterales inhiben el área central.

Caso 2



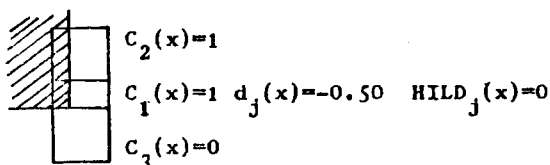
Sólo C_1 dispara 1 puesto que sobre ella cae un estímulo adecuado. Los flancos laterales no inhiben al área central.

Caso 3:



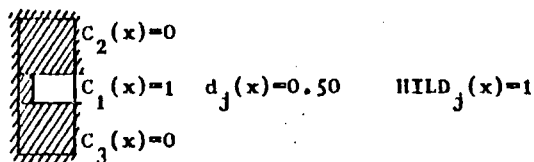
La célula compleja que tiene su campo en la región central dispara 1 puesto que está activada por un borde adecuado. C_2 y C_3 responden 1 ó 0 en función del umbral de las células de campo simple que constituyen los campos complejos. Si el umbral es alto entonces $C_2(x)$ y $C_3(x)$ responden 0; si el umbral es bajo entonces ambas células responden 1 e inhiben la respuesta de la célula C_1 .

Caso 4



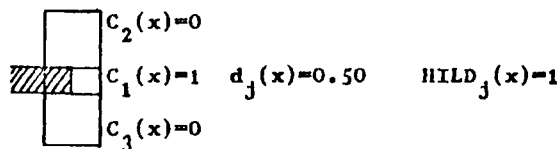
La célula C_2 inhibe el disparo de C_1 puesto que para ambas un estímulo óptimo cae en el campo.

Caso 5:



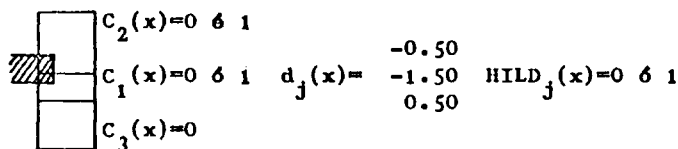
Es el caso reseñado en 2. El estímulo presentado es el estímulo óptimo para esta célula hipercompleja.

Caso 6:



Puesto que C_2 y C_3 Tienen todo su campo iluminado su disparo es 0. El borde es detectado por C_1 (puesto que es CBD) y de ahí su funcionamiento.

Caso 7:



Como en el caso 3 el funcionamiento depende del umbral de las células de campo simple que componen los campos complejos. Decidido el umbral el funcionamiento de la célula es unívoco.

Por tanto es necesario fijar previamente el umbral de las células de campo simple.

Mediante esta formulación las lengüetas de las dos clases son separables linealmente; mediante una máquina de niveles se resuelve el problema que una estructura de un nivel no puede resolver (Hawkins, 1969).

(iii) Células de campo hipercomplejo que detectan barras o rectángulos luminosos (rendijas) de un tamaño determinado: HIR_j

Corresponden a las células registradas por Hubel y Wiesel (1965, p. 250 y sgts., figuras 16, 17 y 18) situados sus campos en orientación vertical.

Sea $HIR_j(x)$ la salida de la célula j para el patrón X . Entonces:

$$HIR_j(x) = \lambda [\epsilon_{j,1} CR_1(x) + \epsilon_{j,2} CR_2(x) + \epsilon_{j,3} CR_3(x) - \theta_j] \quad (54)$$

donde CR_1, CR_2, CR_3 son células complejas detectores de rendijas o barras de luz; $\epsilon_{j,1} = 1$ es el peso de la sinapsis de CR_1 sobre HIR_j ; $\epsilon_{j,2} = -1$, el de la sinapsis de CR_2 ; $\epsilon_{j,3} = -1$, el de la sinapsis de CR_3 ; entonces $0 < \theta_j < 1$.

Si se mantienen los parámetros anteriores la implementación de HIR_j está representada en la figura 34. Ya se ha indicado que para Sillito (1977) las células de campo complejo situadas en los flancos solapan sus campos con CR_1 . Es decir, la distancia entre la región central y una región lateral es menor que la anchura de uno de los campos. Esa distancia se usará en la simulación; ahora, la representación sigue a Hubel y Wiesel (1965).

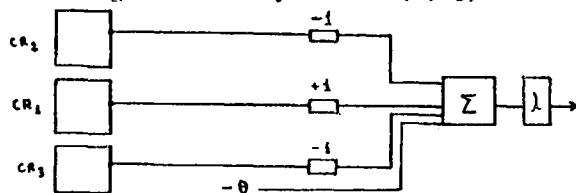
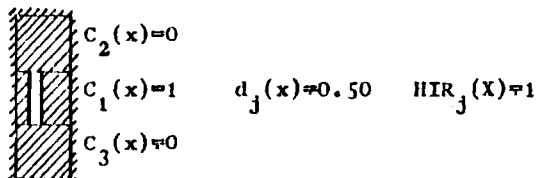


Figura 34. Implementación de una célula de campo hipercomplejo que detecta barras luminosas en los estímulos.

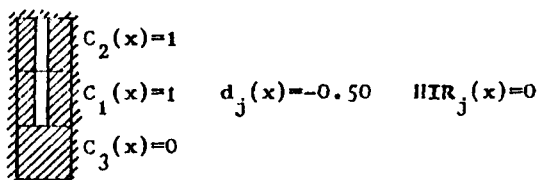
El estímulo óptimo es una barra de luz (rendija) adecuadamente situada, de orientación vertical y con una longitud determinada. El funcionamiento de esta célula es parecido al de la célula considerada anteriormente. HIR_j realiza un hiperplano en el espacio imagen cuyas coordenadas son C_1, C_2, C_3 . El único patrón de inputs al que la célula responde 1 es $(1, 0, 0)$. Algunos casos se presentan a continuación. Los parámetros utilizados son los mencionados en la formalización y $\theta_j = 0.50$.

Caso 1:



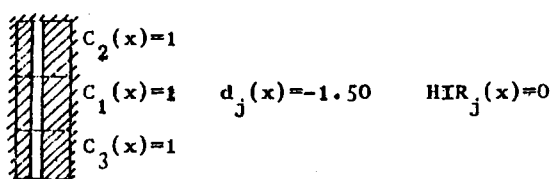
El estímulo óptimo es precisamente el considerado en este caso. Las células de los flancos laterales no responden puesto que no están iluminadas.

Caso 2:



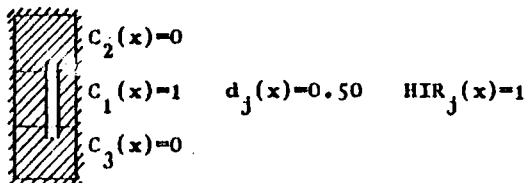
La rendija penetra en C_2 por lo que esa célula inhibe la célula excitadora de la región central.

Caso 3:



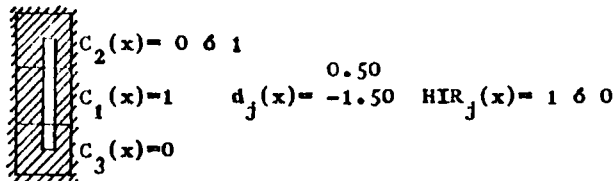
La rendija cae en todo el campo receptor, activa las tres células y los flancos inhiben la región central.

Caso 4:



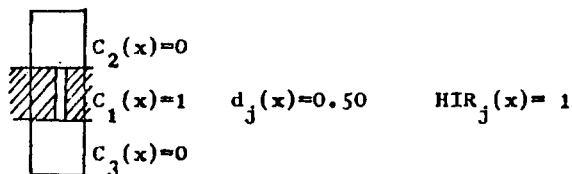
La rendija invade las regiones inhibidoras pero no en grado suficiente para hacer que el disparo de C_2 y C_3 sea 1, dependiendo del umbral. De todos modos puede diseñarse una máquina estricta tal que en cuanto la rendija penetre en las zonas laterales las células correspondientes inhiban a C_1 y $HIR_j(x)=0$ en este caso.

Caso 5:



La rendija invade los flancos laterales. Depende del umbral de las células de campo simple que el disparo de C_2 y C_3 sea 0 ó 1. Esta ambigüedad en el disparo de HIR_j se plantea sólo teóricamente ya que fijado el umbral de S_1 las células responden de un modo u otro.

Caso 6:



Las zonas laterales están totalmente iluminadas por lo que $S_1(x)=0$ y por tanto el disparo de C_2 y C_3 es igual a 0.

(iv) Células de campo hipercomplejo que detectan

barras oscuras de tamaño determinado: HIB_j

Corresponde a la célula registrada por Hubel y Wiesel (1965, p. 251, figura 19) considerando el campo de orientación vertical. Sea $HIB_j(x)$ la salida de la célula para el patrón X :

$$HIB_j(x) = \lambda [\epsilon_{j,1} CB_1(x) + \epsilon_{j,2} CB_2(x) + \epsilon_{j,3} CB_3(x) - \theta_j] \quad (55)$$

donde CB_1, CB_2, CB_3 son células de campo complejo detectores de barras oscuras; $\epsilon_{j,1} = 1$, $\epsilon_{j,2} = -1$, $\epsilon_{j,3} = -1$ y, por tanto, $0 < \theta_j < 1$. Si se mantienen estos parámetros la implementación de HIB_j está representada en la figura 35.

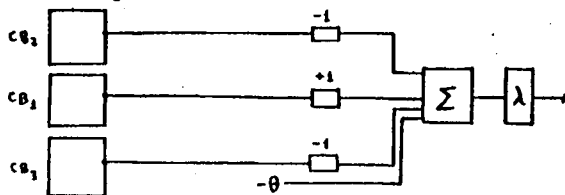


figura 35. Implementación de una célula HI detector de barras oscuras.

El estímulo óptimo para esta célula es una barra rectangular oscura, adecuadamente situada, de orientación vertical y con una longitud determinada.

El funcionamiento de esta célula es parecido al de las células HI consideradas con anterioridad. HIB_j realiza un hiperplano en el espacio imagen cuyas coordenadas son CB_1, CB_2, CB_3 . El único vector de input para el que $HIB_j(X) = 1$ es $(1, 0, 0)$. Se omiten los detalles del funcionamiento porque es similar al de HIR sin más que considerar barras en lugar de rendijas.

4.2.VI. Formalización, implementación y funcionamiento de las células de campo hipercomplejo de orden superior: HS_j

a) en general:

Las células HS reciben sus aferencias de las células HI situadas adecuadamente y que pertenecen a un tipo similar. En general:

$$HS_j(x) = \lambda [d_j(x)]$$

donde:

$$d_j(x) = \sum_{i=1}^n n_{ji} HI_i(x) - \theta_j \quad (56)$$

siendo d_j la función discriminante lineal; $HI_i(x)$ es la salida de la i -ésima célula HI que incide sobre HS_j ; n_{ji} es el peso de la sinapsis de HI_i con HS_j ; θ_j es el umbral correspondiente a HS_j .

Los parámetros que hay que precisar son: n_{ji} , θ_j , el número de células HI que inciden sobre cada HS y la distancia entre los centros de dos HI sucesivas.

Las salidas de HI_i se utilizan como componentes del vector de input para HS_j que es una función realizada por una máquina de seis niveles (figura 37). $S(HS_j)$ es la región de la retina de la que depende su funcionamiento, es decir, el campo receptor de HS_j . Las células HS se consideran en este trabajo como la máquina que calcula los predados parciales de un perceptrón de diámetro limitado. Cada φ_j (cada $HS_j(x)$) es calculada desde una región de la retina. El concepto de "maquinaria cortical" (Hubel y Wiesel, 1977), que se presentará mas adelante, posibilita la identificación de HS_j y las φ_j de un perceptrón.

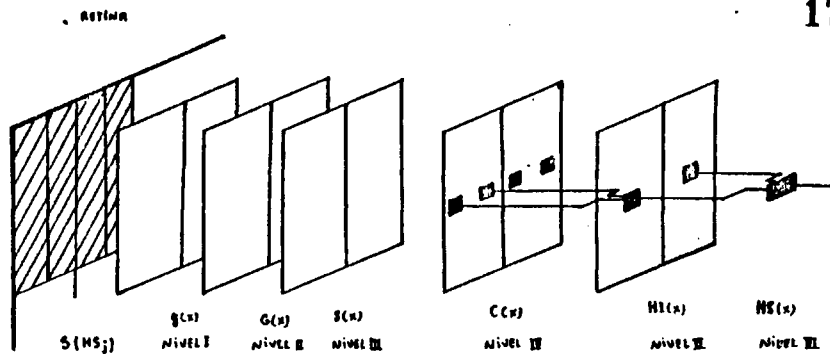


Figura 37. Implementación de HS_j por una L-máquina de seis niveles.

b) en concreto.

(i) Célula HS que detecta esquinas con dos orientaciones (0° y 90°): $HSESQ_j$

Corresponde a la célula registrada por Hubel y Wiesel (1965, p. 253 y sgts., figuras 21 y 22). El mecanismo más simple propuesto por los autores anteriores para explicar la orientación dual de esta célula incluye la convergencia sobre $HSESQ$ de dos células HI que tienen sus centros receptores con ejes perpendiculares entre sí.

En la formalización se introduce la interneurona \mathcal{H} que recibe sus inputs de las HI_1

$$\mathcal{H}_1^{0^\circ}(x) = \lambda [HIESQ_1^{0^\circ}(x) + HIESQ_2^{0^\circ}(x) - \theta] \quad (57)$$

$$0 < \theta < 1$$

$$\mathcal{H}_1^{90^\circ}(x) = \lambda [HIESQ_1^{90^\circ}(x) + HIESQ_2^{90^\circ}(x) - \theta] \quad (58)$$

$$0 < \theta < 1$$

donde \mathcal{H}^{0° y \mathcal{H}^{90° son campos cuyas orientaciones son 0° y 90° respectivamente. Entonces:

$$HSESQ_j(x) = \lambda [\eta_{j,1} \mathcal{H}^{0^\circ}(x) + \eta_{j,2} \mathcal{H}^{90^\circ}(x) - \theta_{HS}] \quad (59)$$

Si $\eta_{11} = -1$, entonces $0 < \theta_{HS} < 1$.

Si se mantienen estos parámetros la implementación de $HSESQ_j$ está representada en la figura 38. Es muy laborioso especificar casos del funcionamiento de esta célula como se ha hecho en células inferiores en la jerarquía. Para \mathcal{R}^{00} el funcionamiento depende de patrón de input compuesto por las salidas de las HI^{00} ; igual sucede para \mathcal{R}^{90} . El funcionamiento general está representado en la figura 39. En el apartado 6 $HSESQ_j$ se formalizará de tal modo que responda 1 si y sólo si existe una esquina en su campo receptor por lo que se recoge la principal característica de estas células.

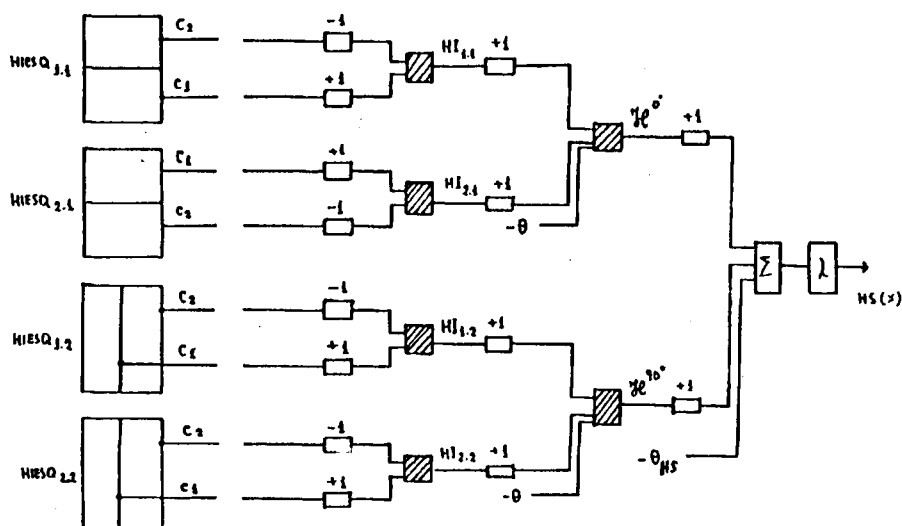


figura 38. Implementación de una célula HS que detecta esquinas en orientaciones de 0° y 90° .

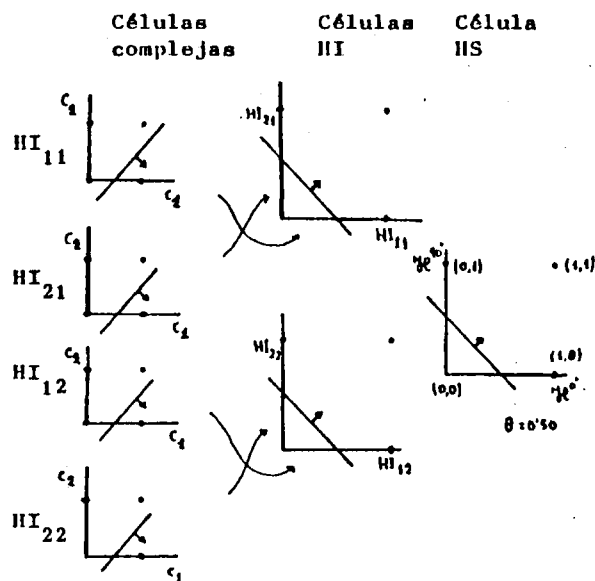


Figura 39. Funcionamiento de $HSESQ_j$, en general, a partir del funcionamiento de los niveles anteriores.

- (ii) Célula de campo hipercomplejo de orden superior que detecta lengüetas con dos orientaciones (0° y 90°): HSL_j .

Corresponde a la célula registrada por Hubel y Wiesel (1965, p. 255 y sgts.). No existe ninguna división en su campo entre áreas excitadoras e inhibitoras puesto que responde a la presencia del estímulo en todo su campo de modo que parece que se ha generalizado la propiedad del campo receptor para detectar el estímulo óptimo en la dirección del eje de orientación del campo y a la vez 90° desviado del eje de orientación. Estas propiedades pueden explicarse suponiendo la convergencia de muchas células HI en la célula HS (Hubel y Wiesel, 1965), células que difieren en la posición exacta de sus campos en la retina.

Sea $HSL_j(x)$ la salida de la célula j para el patrón X . Utilizando \mathcal{R}^{0° y \mathcal{R}^{90° la formalización es la siguiente:

$$\mathcal{R}^{0^\circ}(x) = \lambda \left[\sum_{i=1}^n HIL_i^{0^\circ}(x) - \theta \right] \quad (60)$$

$$0 < \theta < 1$$

$$\mathcal{R}^{90^\circ}(x) = \lambda \left[\sum_{i=1}^n HIL_i^{90^\circ}(x) - \theta \right] \quad (61)$$

$$0 < \theta < 1$$

entonces:

$$HSL_j(x) = \lambda \left[\eta_{j,1} \mathcal{R}^{0^\circ}(x) + \eta_{j,2} \mathcal{R}^{90^\circ}(x) - \theta_{HSL} \right] \quad (61)$$

donde $\eta_{j,1} = 1$, $\eta_{j,2} = 1$ y $0 < \theta_{HSL} < 1$.

Si $\eta_{j,1} = 1$, $\eta_{j,2} = 1$, $\theta_{HSL} = 0.50$ y $n=3$, la implementación de esta célula está representada en la figura 40. El estímulo óptimo es una lengüeta presentada en cualquier parte del campo en posición horizontal o vertical. Para \mathcal{R}^{90° el funcionamiento depende de $HIL_1^{90^\circ}$; igual sucede para \mathcal{R}^{0° . El funcionamiento general está representado en la figura 41. utilizando los parámetros empleados en la implementación. En la simulación HSL_j se formalizará de tal modo que responda 1 siempre que exista una lengüeta (sea cual sea la posición) en su campo receptor.

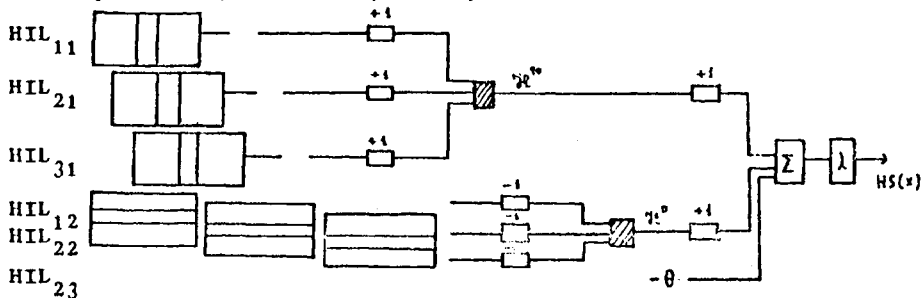


Figura 40. Implementación de una célula HS que detecta lengüetas en orientaciones de 0° y 90° .

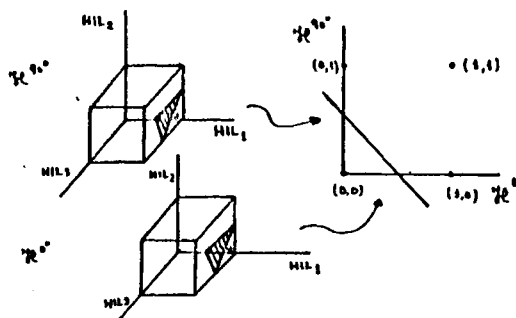


Figura 41. Funcionamiento de HSL_j a partir del funcionamiento del nivel anterior.

(iii) Células HS que detectan rendijas: HSR_j

Células HS que detectan barras: HSB_j

La formalización e implementación se lleva a cabo teniendo en cuenta que las células HI inciden sobre las células HS del mismo tipo sin otra diferencia que su disposición en la región retineana. Las células HSR y HSB tienen por misión detectar cualquier rendija o barra de tamaño de terminado situada en cualquier lugar del campo.

Aquí se ha tratado de implementación formal. Pues bien, Muller y Taylor (1973) diseñan con componentes electrónicos un sistema que realiza campos complejos e hipercomplejos muy similar al utilizado aquí. No sólo es posible, por tanto, la implementación formal sino también la realización efectiva de modo físico.

Por último, es necesario señalar que el detector de rasgos propuesto consta de cuatro tipos de células HS, a saber: $HSESQ$, HSL , HSB , HSR .

5.3. Maquinaria cortical (columnas e hipercolumnas) y mo delo total del selector de rasgos.

Hasta aquí se han formalizado los diversos tipos de células independientemente de su posición en el sistema, es decir, se han considerado las células aisladamente. En este apartado se describe la base neurofisiológica que - permite establecer el sistema total del selector de rasgos.

Existe abundante evidencia experimental (Hubel y Wiesel, 1.962, 1.965, 1.968, 1.974a, 1.977) de que las células del sistema visual, como las de otras partes de la corteza, no están dispersas al azar sino que tienden a - agruparse según ciertas características y la más evidente de las cuáles es la posición de su campo en la retina (células cuyos campos son vecinos en la retina se encuentran próximas en el cortex). Existen, sin embargo, otros críterios de agrupación de las células, en concreto, por la - orientación de su campo receptor (gato y mono), por la dominancia ocular y por la preferencia a la dirección y sentido del movimiento (mono). En el cortex visual del gato las células cuyos campos receptores están situados en una misma región de la retina y tienen una orientación común tienden a estar agrupadas en un sistema que se dispone perpendicularmente a los niveles corticales desde la superficie a la materia blanca. Este sistema se llama columna. Las células de una misma columna tienen sus campos receptores en una misma región de la retina aunque sus campos no coinciden sino que se solapan de una manera irregular y -

tienen la misma orientación. La disposición de las células del cortex visual en columnas de orientación ha sido encontrada en las áreas 17, 18 y 19 del cortex del gato y en el área 17 del mono (Hubel y Wiesel, 1.965, 1.968). Por tanto, el cortex visual esta subdividido en regiones discretas, verticales, que sirven a una determinada región de la retina. La columna lejos de ser un simple agregado de células se configura como "la unidad dinámica y funcional del cortex" (Hubel y Wiesel, 1.965, p.285) dentro de la cual las células de campo simple envían sus señales a las células de campo complejo y éstas a las de campo hipercomplejo. De aquí que las conexiones dentro de una columna sean altamente específicas. Por otra parte, en las columnas de orientación las células se diferencian en los detalles de la organización de sus campos, en la dominancia ocular, y, hasta cierto punto, en la posición exacta de sus campos en la región de la retina.

La forma, dimensiones y ordenación de las columnas han sido estudiadas sobre todo en el área 17 de la corteza del mono (Hubel y Wiesel, 1.968, 1.974a, 1.974b). Los resultados pueden aplicarse a las áreas 17 y 18 de la corteza del gato en lo que respecta a las columnas de orientación (Hubel y Wiesel, 1.974a, 1.977). En concreto, las columnas de orientación no tienen forma cilíndrica o de pilar sino de losas o láminas paralelas dispuestas una junto a otra y perpendiculares a los niveles de la corteza. La anchura de cada una de estas láminas es de 20 a 50 μm . Las columnas de orientación no se encuentran dispersas sino dispuestas ordenadamente de modo que cuan

do un electrodo penetra horizontalmente y avanza de modo progresivo encuentra secuencias regulares de cambios en la orientación tanto en sentido positivo como negativo. Es decir, se encuentran cambios pequeños en la orientación de alrededor de 9° a 10° por avances progresivos del electrodo para la orientación de los campos de las células que se registran en una región dada de la retina. Así pues, una región de la retina está representada una y otra vez, primero en una columna de orientación determinada, después en otra y así sucesivamente. Para cada región existen aproximadamente de 18 a 20 columnas de orientación sin que ninguna de ellas sea predominante. Cuando el electrodo avanza aproximadamente 1 mm se registran secuencias de cambios de 180° . Hubel y Wiesel (1.974a, 1.977) extienden el concepto de columna para considerar el conjunto de columnas de orientación que componen un ciclo de 180° para una misma región de la retina. A ese conjunto de columnas se llama hipercolumna (ver figura 42).

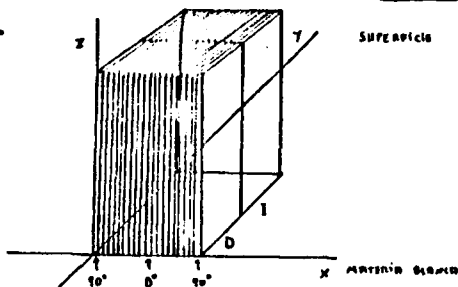


figura 42. Hipercolumna que procesa la información de una región de la retina (ejes x e y). Se muestran las columnas de orientación (de 90° a 0° y a 90°) y las columnas de dominancia ocular (D, ojo derecho; I, ojo izquierdo). Según Hubel y Wiesel (1.977).

Una hipercolumna analiza, por tanto, una determinada región de la retina para todas las orientaciones posibles en el cortex. Tienen unas dimensiones de aproximadamente 2x2mm. En ese bloque del cortex se encuentra toda la maquinaria cerebral precisa para procesar las formas que detectan las células de las columnas en todas las orientaciones y para esa región determinada de la retina. Estos bloques tienen dimensiones uniformes en todas las regiones del area 17 de la corteza del mono. Existen, por tanto, de 300 a 400 bloques en una región de 1.300 a 1.400mm². Con este sistema el cortex puede tratar problemas multidimensionales mediante una superficie de dos dimensiones - en este caso, tres variables independientes: dos de la posición retiniana y una de la orientación. Esta maquinaria cortical es el primer paso para el procesamiento de la información visual y necesita enviar su información a regiones superiores del cortex (Hubel y Wiesel, 1.977). La percepción de la forma no puede tener lugar en el área 17 puesto que cada hipercolumna se limita a analizar una región dada de la retina; las hipercolumnas son los bloques necesarios para la percepción (Hubel y Wiesel, 1.977). En otro lugar de este trabajo se ha comentado el hecho de que las células de estos niveles no pueden ser consideradas como detectores de formas con significado ("detectores de líneas rectas") puesto que lo que detectan es la orientación de un segmento determinado. Para detectar una línea recta como tal se necesita la existencia de células que reciban el input desde poblaciones de células del area 17. "No se conoce si tal célula existe" (Hubel y Wiesel, 1.977, p.43).

Del trabajo de Hubel y Wiesel (1.977) referido a la orientación columnar y la maquinaria cortical, que ha sido resumido mas arriba, hay que destacar los puntos siguientes: (i) el orden de la arquitectura funcional (orden en la disposición de columnas e hipercolumnas) y la especificidad de conexiones dentro de cada columna; (ii) la hipercolumna contiene la maquinaria cerebral que procesa la información de una determinada región de la retina; (iii) la necesidad del procesamiento de la información mas allá de las celulas hipercomplejas de orden superior.

Los puntos citados anteriormente permiten: (i) justificar la alta especificidad de conexiones que necesita la construcción de las células de los diversos campos según han sido formalizadas en este trabajo; (ii) la consideración de la célula de campo hipercomplejo de orden superior como máquina que realiza una función que depende de un area limitada de la retina, puesto que cada célula pertenece a la columna de una hipercolumna y su campo receptor queda dentro de la región (campo agregado o total) servida por la hipercolumna correspondiente; (iii) postular la existencia de células que reciben sus aferencias de las hipercomplejas superiores y que constituyen las celulas de clasificación para formas determinadas.

Cada hipercolumna sirve a una región de la retina que no es ni tan pequeña que no informe de aspectos relevantes del estímulo ni tan grande que abarque todo el campo visual (Hubel y Wiesel, 1.977). Esa región tiene dimensiones variables según se desplaza el electrodo desde hipercolumn-

nas que sirven al centro hacia hipercolumnas que sirven a la periferia, siendo menor en el centro que en la periferia de la retina. Esta región se denomina campo agregado o campo total (aggregate field) y es aquella región en la que se agrupan todos los campos de las células (de la misma orientación) que se encuentran en una penetración vertical (Hubel y Wiesel, 1.977, p.13). Los campos receptores están, de hecho, solapados y en ellos no hay solo variación en tamaño sino también dispersión en esa región concreta de la retina. El campo agregado crece con la distancia a la fovea pero se mantiene confinado a una región de diámetro limitado (ver figura 9 de Hubel y Wiesel, 1.977, p.16). Las células hipercomplejas de orden superior pertenecientes a la hipercolumna que sirve a un campo - agregado tienen sus campos dentro de esa región de la retina. De ahí que cada célula dependa de una región de diámetro limitado. Esto es válido para todas las hipercolumnas. Considerando como soporte el campo agregado mayor existente en la retina, cada HS puede considerarse como las φ funciones parciales de un perceptrón de diámetro limitado y tal que:

diámetro de $S(HS)$ = diámetro del campo agregado mayor existente en la retina.

En el apartado 6 se considera $S(HS) \leq a \times b$ y de cuya región depende HS. Esto puede hacerse sin pérdida de generalidad. Recordar que a su vez HS es implementada por una máquina de seis niveles; pero ello es indiferente para la consideración de HS como predicados parciales de un perceptrón, ya que la forma de calcular φ_i no afecta para nada la estructura del perceptrón. (ver 3.1.1) ni al teorema expuesto en el apartado 3.4.

El concepto de hipercolumna permite establecer un modelo integrado del selector de rasgos al modo representado en la figura 43, para un caso particular, y que puede describirse de la manera siguiente: la retina está dividida en regiones que difieren en tamaño según su distancia al área central. Cada región de la retina está -- servida por una hipercolumna en la que existen de 18 a 20 columnas de orientación. Puesto que en este trabajo se consideran formas presentadas verticalmente se insiste sólo en las columnas de orientación vertical. Pues bien, en cada una de estas columnas existen, en este modelo, cuatro clases de células hipercomplejas superiores (HSB, HSR, HSESQ, HSL) cada una de las cuales, según se ha contruido anteriormente, es una L-máquina y cuya función es detectar la presencia en el campo agregado (o región retineana limitada) correspondiente de estímulos con barras, rendijas, esquinas y lenguetas cualquiera que sea su posición y la distribución de la luz. Cada una de ellas es una de las φ ; del perceptrón postulado. De modo que para cada hipercolumna se considera aquí cuatro salidas procedentes de las hipercomplejas superiores. La presentación de una figura en la retina es analizada en las diversas regiones por las hipercolumnas correspondientes y da lugar a un vector de salida cuyos componentes son las salidas en las cuatro clases de HS para cada una de las columnas de orientación vertical. En el apartado 6 (simulación) se han de fijar el número de regiones con lo cual se fija el número de salidas del selector de rasgos. El mecanismo aquí descrito (innato o adquirido en la primera época en procesos de interacción con el ambiente) no cam

bia con el aprendizaje posterior (Hubel y Wiesel, 1.977)

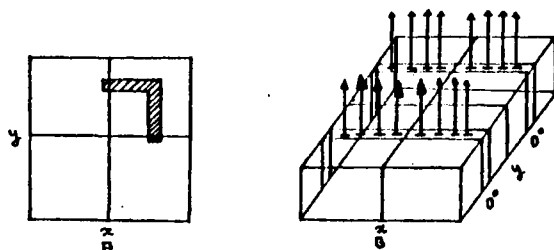


figura 43. En A se ha representado la retina dividida en cuatro regiones (iguales) servidas por otras tantas hipercolumnas. En B se muestran las hipercolumnas en las que solo se han representado las columnas de orientación vertical (0°). En cada una de ellas se representan las cuatro salidas de las células hipercomplejas superiores. El vector de salida para cualquier figura presentada en la retina tiene, en este ejemplo, dieciseis componentes.

5.4. Clasificador.

5.4.1. Células clasificadoras.

Existe evidencia experimental de la presencia de células en el gyrus suprasilviano de la corteza del gato que reciben sus aferencias del área 17 y cuyas características permiten considerarles como posibles gestoras de la función de clasificación en el modelo que se propone. Parece bien fundamentada la afirmación de que la percepci'on (discriminación y reconocimiento) de la forma no se realiza en el área 17 del mono y áreas 17, 18 y 19 del gato sino que se efectúa en otras áreas corticales. Hubel y Wiesel (1.965) registran que el área 17 del cortex del gato envía sus señales a tres regiones localizadas del cortex: a las áreas 18 y 19 y al área que ocupa la posición lateral del gyrus suprasilviano que incluye el área de Clare-Bishop. Para estos autores existe poca evidencia de que el análisis de formas sea llevado a cabo últimamente en esta región. Sin embargo el gyrus suprasilviano posterior es considerado tanto desde el punto de vista fisiológico (Markuszka, 1.978) como comportamental (Campbell, 1.978) como una región analoga al cortex inferotemporal del mono el cual "juega un papel único e integrador en el reconocimiento de patrones" (Gross et al., 1.974, p.230) significando con ello que esa región se ocupa de la detección de rasgos del estímulo, de la síntesis de esos rasgos en el espacio y en el tiempo e integración de los movimientos del ojo y del cuerpo y del almacenamiento y recuperación de la información visual. Efectivamente, Markuszka (1.978) indica que las

células del gyrus suprasilviano posterior tienen exclusivamente propiedades visuales, grandes campos receptores que incluyen la región central y los parámetros del estímulo para los cuales la respuesta de la célula varía son los comunes en las células de las áreas 17, 18 y 19; aunque, en general las unidades tienen rasgos disparadores muy específicos como la sombra de la mano del experimentador o la silueta de su cabeza (Markuszka, 1.978, p.155). Este autor concluye que el cortex suprasilviano puede desempeñar una función analoga a la otorgada por Gross et al (1.974) al cortex infero temporal del mono. Por otra parte, Campbell (1.978) comprueba experimentalmente que las regiones del cortex temporal posterior (idéntica al área explorada por Markuszka; ver figura 2 de Campbell y figura 1 de Markuszka) van acompañados de un deficit severo en el aprendizaje de discriminación de patrones considerando que las evidencias tanto anatómicas como fisiológica y comportamental sugieren que el cortex temporal posterior del gato es similar en cuanto a sus funciones al cortex inferotemporal del mono. Situar, por tanto, en el cortex suprasilviano posterior las posibles células clasificadoras no es una asunción demasiado arriesgada. No obstante, se evidencia la necesidad de esas células aunque la investigación mas avanzada demuestre que este área no es el final en el proceso de reconocimiento de patrones.

5.4.2. Vectores de input y clasificación.

Las células HS envían sus outputs a las células clasificadoras. Cada forma o patrón presentado en la retina produce un vector $x^{(6)} = (HS_1(x), HS_2(x), HS_3(x) \dots)$ cuyos

componentes son las salidas de las células hipercomplejas superiores del selector de rasgos. Cada forma es un punto en un espacio de rasgos de n dimensiones cuyas coordenadas son las células HS. La célula clasificadora implementa, por tanto, la función que asigna a cada punto del espacio de rasgos el valor 1 ó 0. Este valor depende de que la forma presentada en la retina pertenezca o no a la familia F definida por la propiedad P :

$$f: HS_1 x HS_2 x \dots x HS_n \rightarrow \{0, 1\}$$

donde HS_1, HS_2, \dots son las células detectoras de rasgos específicos. Puesto que las células clasificadoras son también TLU, la función f es precisamente ψ_F , donde F es la familia de formas definidas por la propiedad P . Por tanto la expresión (26) adopta la forma siguiente:

$$\psi_F(x) = \lambda \left[\sum_{i=1}^n \alpha_{F,i} HS_i(x) - \theta_F \right] \quad (63)$$

donde $HS_i(x)$ es la salida de HS_i para el patrón X .

Haciendo $x^{(6)} = v = (HS_1(x), HS_2(x), \dots, HS_n(x))$ y

$w_F = (\alpha_{F,1}, \alpha_{F,2}, \dots, \alpha_{F,n}, -\theta_F)$ la expresión (63) se transforma en:

$$\psi_F(x) = \lambda [w_F v] \quad (64)$$

donde w_F es el vector de pesos para la familia F (cada familia posee un vector de pesos) y $v = x^{(6)}$ es el vector de salida del selector de rasgos para el patrón X (aumentado).

Puesto que la célula que realiza ψ_F es una TLU y $HS_i(x)$ son funciones calculadas no importa cómo, el sistema tiene la estructura de un perceptrón (además de ser una máquina de siete niveles) y puesto que $HS_i(x)$ depende de una re

gi3n limitada de la retina (su campo receptor incluido en el campo agregado de la hipercolumna correspondiente) entonces ψ_F es realizado por un perceptr3n de diametro limitado que implementa en el espacio de rasgos un hiperplano. Las salidas de las c3lulas clasificadoras son los valores de $\psi_F(x)$ que indican la ausencia o presencia en la figura presentada en la retina de la propiedad P que define la familia F. La representaci3n de este sistema puede verse en la figura 44.

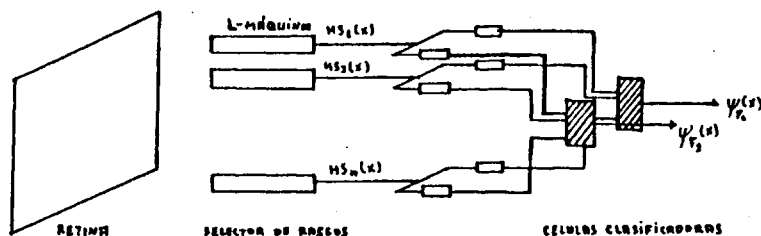


figura 44. Conexiones de las salidas $MS_1(x)$ con las c3lulas clasificadoras (se han dibujado dos de ellas)

En cada situaci3n de reconocimiento y por tanto de clasificaci3n existe una c3lula que emite una se1al equivalente para aquellos patrones pertenecientes a la misma clase, distinta de la se1al que emite para patrones pertenecientes a otras. As3 como el selector de rasgos permanece invariable en caso de aprendizaje, el clasificador puede cambiar tanto en las conexiones como en la fuerza de esas conexiones. Para cada situaci3n de clasificaci3n existe una c3lula o grupo de c3lulas. Existen c3lulas que imple

mentan ψ_{CUADRADO} , $\psi_{\text{RECTANGULO}}$, ψ_{CIRCULO} , $\psi_{\text{TRIANGULO}}$, ψ_{CONVEXO} , con lo que una forma presentada en la retina tiene salidas en cada una de esas categorías. Ahora bien, estas categorías no existen de modo innato sino que son adquiridas en un proceso de aprendizaje que establece conexiones nuevas y hace variar el peso o fuerza de las sinapsis. De aquí que sea necesario considerar el proceso de aprendizaje en el clasificador.

5.4.3. Aprendizaje.

El modelo propuesto tiene, como todo perceptrón, capacidad para aprender. La forma de calcular $HS(x)$ es inmodificable, pero no lo son, una vez establecidas las conexiones, los pesos de las sinapsis que las células hipercomplejas efectúan en las células clasificadoras y que vienen expresados, para cada propiedad, por los componentes del vector \hat{W} . El sistema tiene capacidad para aprender a reconocer patrones de una clase dada, (es decir, capacidad para encontrar \hat{W}) de modo análogo a los sistemas naturales (animales) que realizan clasificaciones en los patrones que se les presentan. La asunción básica (ya indicada en el apartado 4.2.7) es que el modo de aprendizaje del sistema artificial es análogo al sistema correspondiente en el animal, es decir, el modo como el gato aprende a elicitar una señal neural equivalente para patrones equivalentes. El sistema artificial no solo ha de discriminar patrones (puesto que para dos vectores, salvo que sean idénticos, siempre existe un hiperplano que los separa) sino también clasifica, es decir, generaliza la res-

puesta a patrones equivalentes. Dada una tarea, reconocer las formas F con la propiedad P , el proceso de aprendizaje intenta encontrar un vector de pesos de las sinapsis, W , que clasifique las formas, es decir, que produzca la salida 1 para las formas presentadas en la retina y que tengan la propiedad P ; y 0, para las formas presentadas que carezcan de esa propiedad.

5.5. Predicción experimental.

Hasta aquí se ha presentado un modelo teórico del mecanismo que se ocupa del reconocimiento de patrones. Este modelo está fundado en hallazgos neurofisiológicos de las dos últimas décadas. El modelo ha de reconocer aquellos patrones que son reconocidos por el gato; ha de ser capaz de aprender aquellas tareas de reconocimiento de formas que el animal es capaz de realizar. Por tanto para su verificación, es necesario emitir alguna predicción experimental. En concreto: La estructura del mecanismo se ha hipotetizado que es un perceptrón de diametro limitado. De acuerdo con lo reseñado en el apartado 3.4.2 - ese perceptrón no puede calcular ψ_{CONEXO} . Es decir, aún con un proceso de aprendizaje el modelo no puede clasificar correctamente figuras conexas y no conexas. Dicho de otro modo, puesto que se ha demostrado que las figuras conexas/no conexas no son separables linealmente, tampoco por aprendizaje se puede encontrar un vector de pesos que efectivamente les separe, puesto que el teorema de convergencia de los procesos de reforzamiento asegura la exis-

tencia del vector de pesos si y sólo si los conjuntos son separables linealmente (ver 3.6). Si el sistema artificial es un modelo adecuado del mecanismo que utiliza el gato para reconocer patrones visuales presentados verticalmente entonces el animal no puede, en un experimento de discriminación aprender a clasificar correctamente figuras conexas y no conexas. Mediante el teorema expuesto en 3.4.2 se puede realizar una predicción teórica posible de verificar experimentalmente y mediante ella dilucidar si es posible que el mecanismo de reconocimiento de patrones tenga esa estructura y por extensión si el perceptrón puede ser utilizado como un modelo del funcionamiento del sistema nervioso al menos en lo que respecta a la clasificación de patrones visuales. En absoluto se afirma que, si el animal clasifica correctamente, infiera una regla de descripción de las figuras conexas ni que aprenda el concepto de conexo a partir de procesos de aprendizaje. Lo que se intentará en la experimentación es probar si el mecanismo de reconocimiento de patrones aquí presentado es adecuado.

6. Simulación .

6.1. Objetivos.

Tres objetivos se persiguen con la simulación en computador del modelo propuesto:

(i) Mostrar que el modelo no es inconsistente sino que puede funcionar como un todo ordenado cuando se acoplan los elementos individuales que lo componen. En el apartado 5 se ha realizado un análisis de cada nivel; ahora se realiza una síntesis que funciona como modelo total.

(ii) "Endurecer" el modelo eligiendo los parámetros concretos que, hasta cierto punto, estén de acuerdo con los propuestos por otros autores, con la necesidad de un determinado funcionamiento o con la evidencia experimental. A la vez se muestra qué parámetros es necesario definir si se quiere construir un modelo de reconocimiento de patrones fundado en el sustrato biológico. No se han explorado los parámetros que, dentro de cierta variabilidad, son los óptimos.

(iii) Mostrar el proceso de aprendizaje de reconocimiento de figuras conexas/no conexas. Se explicita de este modo el funcionamiento cuando se exige al modelo que aprenda una tarea idéntica a la que se exige al animal en la experimentación.

6.2. Realización de los diversos niveles.

Para cada clase de células existe una matriz de 60x60 unidades de retina. Estas dimensiones se han elegido teniendo en cuenta la división posterior de campo visual en 9 regiones y la capacidad del computador. Si bien es cierto que

existen siete niveles, en la simulación se emplean más matrices que niveles. Ello facilita la elaboración del programa y no modifica el modelo puesto que se pueden considerar todas las células de un nivel en una matriz de 60×60 de modo que tengan sus campos superpuestos y las diversas clases estén entremezcladas. Todos los campos son de orientación vertical y por tanto su superposición en la retina es de forma regular. El campo retineano está servido siempre en cualquier punto por cada una de las clases de células formalizadas. Estos dos supuestos son no realistas pero no afectan a la generalización del modelo. La evidencia experimental (Hubel y Wiesel, 1962, 1965, 1968, 1977) muestra que en una región determinada de la retina (el campo agregado) existen campos superpuestos y siempre se puede encontrar un campo de determinadas características. Lo que se hace en este trabajo es "llenar toda la retina" de campos simples, complejos e hipercomplejos con el fin de facilitar el cálculo.

6.2.1. Transductor o retina.

Es la primera matriz de 60×60 unidades de retina (u). Cada elemento u_{ij} de la matriz representa un grupo de elementos fotosensibles que pueden hacer adoptar a u_{ij} dos estados posibles: 1 ó 0 de acuerdo con la iluminación que reciban del patrón o figura que es presentada en la retina.

6.2.2. Células ganglionares retineanas: g_{ij} (en el programa GANGLI).

Se asume que todas las células ganglionares tienen la misma forma y dimensiones: una región central cuadrada de

3x3u y una región periférica (superpuesta a la región central) de 7x7u (vease figura 45A). La razón diámetro de la periferia/diámetro del centro, es menor que la utilizada por Rodieck (1965) que es $G_1/r_1 = 3$ y mucho menor que el promedio de los encontrados por Enroth-Cugell y Robson (1966), que es $\bar{r}_p / \bar{r}_c = 5.93$. Por tanto:

ANCHURA DE LA REGION CENTRAL: DCG=3u

ANCHURA DE LA REGION PERIFERICA: DPG=7u

Con anterioridad (en el apartado 5.2.1.2) se señalaba que el disparo elicitedo por una forma que cae sobre el campo de una célula ganglionar es función del volumen de excitación es función del volumen de excitación en la porción iluminada del centro, el volumen de excitación en la parte de la periferia iluminada y el umbral de cada célula. El perfil de disparo tanto para el centro como para la periferia es una curva gaussiana. Sin pérdida de generalidad se sustituye por una función escalonada que tiene su máximo en centro de ambas regiones. El perfil de sensibilidad utilizado para una célula de centro ON está representado en la figura 45B; para una célula de centro OFF el perfil es el representado en la figura 45C.

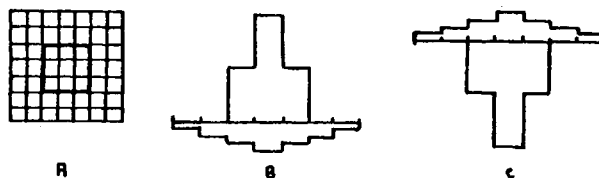


figura 45. En A se representa el campo de la célula ganglionar retineana utilizado en la simulación. En B y C, los perfiles de sensibilidad para células ON y OFF.

Así pues:

ALTURA MAXIMA EN LA REGION CENTRAL: $AC=4$

ALTURA MAXIMA EN LA REGION PERIFERICA: $AP=1$

Por tanto, el volumen de excitación en la región central en función del área iluminada, teniendo en cuenta que u_{ij}^2 es el área de cada elemento de la retina, es:

$$VC_{ij} = 2(u_{i+1,j-1}^2 + u_{i+1,j}^2 + u_{i+1,j+1}^2 + u_{i,j-1}^2 + u_{i,j+1}^2 + u_{i-1,j-1}^2 + u_{i-1,j}^2 + u_{i-1,j+1}^2) + 4u_{ij}^2.$$

El volumen de excitación en la periferia, en función del área iluminada, es:

$$\begin{aligned} VP_{ij} = & 0.25(u_{i+3,j-3}^2 + u_{i+3,j-2}^2 + u_{i+3,j-1}^2 + u_{i+3,j}^2 + u_{i+3,j+1}^2 + \\ & u_{i+3,j+2}^2 + u_{i+3,j+3}^2 + u_{i+2,j-3}^2 + u_{i+2,j-2}^2 + u_{i+2,j-1}^2 + \\ & u_{i+2,j}^2 + u_{i+2,j+1}^2 + u_{i+2,j+2}^2 + u_{i+2,j+3}^2 + u_{i+1,j-3}^2 + \\ & u_{i+1,j-2}^2 + u_{i+1,j-1}^2 + u_{i+1,j}^2 + u_{i+1,j+1}^2 + u_{i+1,j+2}^2 + \\ & u_{i+1,j+3}^2 + u_{i,j-3}^2 + u_{i,j-2}^2 + u_{i,j-1}^2 + u_{i,j}^2 + u_{i,j+1}^2 + \\ & u_{i,j+2}^2 + u_{i,j+3}^2 + u_{i-1,j-3}^2 + u_{i-1,j-2}^2 + u_{i-1,j-1}^2 + \\ & u_{i-1,j}^2 + u_{i-1,j+1}^2 + u_{i-1,j+2}^2 + u_{i-1,j+3}^2) + \\ & + 0.50(u_{i+2,j-2}^2 + u_{i+2,j-1}^2 + u_{i+2,j}^2 + u_{i+2,j+1}^2 + u_{i+2,j+2}^2 + \\ & u_{i+1,j-2}^2 + u_{i+1,j-1}^2 + u_{i+1,j}^2 + u_{i+1,j+1}^2 + u_{i+1,j+2}^2 + \\ & u_{i+1,j+3}^2 + u_{i,j-2}^2 + u_{i,j-1}^2 + u_{i,j}^2 + u_{i,j+1}^2 + u_{i,j+2}^2) + \\ & + 0.75(u_{i+1,j-1}^2 + u_{i+1,j}^2 + u_{i+1,j+1}^2 + u_{i,j-1}^2 + u_{i,j}^2 + u_{i,j+1}^2 + \\ & u_{i-1,j-1}^2 + u_{i-1,j}^2 + u_{i-1,j+1}^2) + 1 \cdot u_{ij}^2. \end{aligned}$$

donde $u_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si y sólo si } u_{ij} \in X \\ 0 & \text{, en otro caso.} \end{cases}$

Por tanto, las expresiones (31) y (32) se transforman en:

$$GON_{ij}(x) = \lambda [VC - VP - TGON]$$

$$GOFF_{ij}(x) = \lambda [VP - VC - TGOFF]$$

ya. TGON y TGOFF son los umbrales que se han de fijar. Experimentalmente son variables para cada g_{ij} ; para facilitar la simulación se ha preferido hacerles constantes para todas las g_{ij} . El umbral no puede ser tan elevado que g_{ij} solo perciba o detecte un estímulo muy específico, ni tan bajo que perciba todas las disposiciones de la luz que caigan sobre el campo. Para conseguir que la célula funcione de modo similar a lo indicado en las tablas 1 y 2 el umbral óptimo es aproximadamente 1.50. Es evidente que el umbral puede variarse para reconocer organizaciones concretas de luz, pero ello no es el propósito de este trabajo. Se eligen, por tanto:

$$TGON = 1.50$$

$$TGOFF = 1.50$$

Finalmente es necesario indicar que con el perfil de disparo antes establecido y el umbral elegido, las células ganglionares retineanas así modelizadas no responden a la luz difusa y solamente las regiones iluminadas tanto en el centro como en la periferia intervienen en el funcionamiento de la célula.

6.2.3. Células del cuerpo geniculado lateral.

Se asume que cada célula ganglionar retineana incide sobre una y sólo una célula del cuerpo geniculado y que estas reciben una y sólo una referencia desde las g_{ij} . Esta asunción no es realista ya que desaparecen las referencias inhibitorias en las células del cuerpo geniculado y conduce a la consideración de este nivel como reflejo y estación de relevo (en el sentido más estricto). No obstante el modelo no pierde con ello generalidad. En algunos

estudios de simulación se confunden ambos niveles; así Kaji et al. (1.974) utilizan en la simulación de células del cuerpo geniculado lateral las fórmulas que Rodieck (1.965) y Enroth-Cugell y Robson (1.966) emplean para las células ganglionares retíneas.

6.2.4. Células de campo simple: S_{ij} (en el programa SIMPLE).

Es necesario fijar el número de células del cuerpo geniculado que inciden sobre cada una de las células de campo simple. Creutzfeldt, Innocenti y Brooks (1.974) consideran que basta una sola célula; Szentágothai y Arbib (1.974) indican que esta cifra es pequeña, constatan la ausencia de información sobre esta cuestión y sugieren que el número oscila alrededor de 10 células para las de campo simple. El número de células que envían sus conexiones sobre cada S_{ij} determina el tamaño del campo. Aquí se consideran campos simples con dos tamaños y por tanto dos tipos de células para cada clase. Teniendo en cuenta el tamaño de la retina y la necesidad de contar con un número adecuado de campos simples para formar los campos complejos se han elegido los siguientes parámetros:

NUMERO DE CELULAS DEL CGL QUE INCIDEN SOBRE CADA

S_{ij} : NG: $P_1 = 3$; $P_2 = 7$.

Es necesario fijar las distancias (en unidades de retina) entre los centros de dos células geniculadas sucesivas que inciden sobre S_{ij} , puesto que las células G_{ij} tienen sus campos solapados. Creutzfeldt, Innocenti y Brooks (1.974) indican que la distancia es menor que el diámetro

de la región central, que en este trabajo se ha establecido en 3u. Por tanto:

DISTANCIA ENTRE G_{ij} : $DG = 1, 2, 3$.

y por tanto:

LONGITUD DEL CAMPO DE S_{ij} : $(NG - 1) DG + 7$

Si en las expresiones (40), (41), (42), (43) se transforman en las siguientes:

RENDIJAS:

$$SON(P1)_{i,j}(x) = \lambda \left[\sum_{K=-(P1-1)/2}^{(P1-1)/2} GON_{i+DG.K,j}(x) - TS \right]$$

$$SON(P2)_{i,j}(x) = \lambda \left[\sum_{K=-(P2-1)/2}^{(P2-1)/2} GON_{i+DG.K,j}(x) - TS \right]$$

BARRAS:

$$SOFF(P1)_{i,j}(x) = \lambda \left[\sum_{K=-(P1-1)/2}^{(P1-1)/2} GOFF_{i+DG.K,j}(x) - TS \right]$$

$$SOFF(P2)_{i,j}(x) = \lambda \left[\sum_{K=-(P2-1)/2}^{(P2-1)/2} GOFF_{i+DG.K,j}(x) - TS \right]$$

donde $TS = (NG+1)/2$

Hay que observar que: (i) la célula S_{ij} ocupa en su matriz de 60x60 la misma posición que G_{ij} independientemente del número de células geniculadas que inciden sobre ella; (ii) el umbral se ha fijado de modo que existan tres o más células que disparen 1 para el caso P1, y cinco o más para el caso P2, a fin de que $S_{ij}(x) = 1$. Es evidente que estas células no responderán a puntos de luz; puesto

que la respuesta es 1 o 0 se ha considerado preciso que la respuesta sea 0 cuando empíricamente la célula responde con baja frecuencia y 1 cuando responde con alta frecuencia; el primer caso es el de los puntos de luz.

BORDES :

BORDES CON LA PARTE DERECHA ILUMINADA:

$$SBD(P1)_{i,j}(x) = \lambda \left[SON(P1)_{i,j}(x) + SOFF(P1)_{i,j-3}(x) - TSB \right]$$

$$SBD(P2)_{i,j}(x) = \lambda \left[SON(P2)_{i,j}(x) + SOFF(P2)_{i,j-3}(x) - TSB \right]$$

BORDES CON LA PARTE IZQUIERDA ILUMINADA:

$$SBI(P1)_{i,j}(x) = \lambda \left[SON(P1)_{i,j}(x) + SOFF(P1)_{i,j+3}(x) - TSB \right]$$

$$SBI(P2)_{i,j}(x) = \lambda \left[SON(P2)_{i,j}(x) + SOFF(P2)_{i,j+3}(x) - TSB \right]$$

donde $TSB=1$

Hay que observar que: (i) las células detectoras de bordes se han construido a partir de las células simples SON_{ij} y $SOFF_{ij}$ pero pueden formalizarse recibiendo directamente los outputs de las células G_{ij} ; aquí se utiliza la jerarquía de campos simples sugerida por Schiller et al (1.976d); (ii) la distancia entre SON y SOFF se ha fijado en 3u; así pues las regiones centrales de los campos no tienen solapamiento; ello facilita el que el borde caiga siempre en posición óptima cuando presentado verticalmente, coincide con las líneas de separación de las células ganglionares y por tanto de las células G_{ij} ; que -

el borde sea un estímulo óptimo (orientación, tamaño, etc) ya es otra cuestión; (iii) la célula SB_{ij} ocupa en su matriz la posición de la célula SON_{ij} que dispara sobre ella; (iv) el umbral ha sido fijado en 1 para exigir que los dos campos disparen a la vez si y sólo si $SB_{ij}(x)=1$.

El perfil de sensibilidad o disparo para SBI_{ij} está representado en la figura 46.

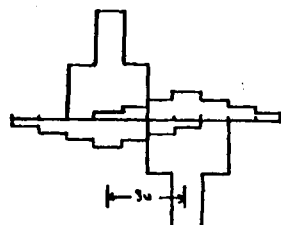


figura 46. Perfil de sensibilidad usado en la simulación de una célula S_{ij} que detecta un borde cuya región iluminada es la parte izquierda. El lado derecho es el perfil del campo OFF; el lado izquierdo es el perfil del campo ON.

6.2.5. Células de campo complejo: C_{ij} (en el programa COMPLE)

Hubel y Wiesel (1.962, 1.965), al registrar las respuestas de las células de campo complejo, suelen presentar cuatro o cinco posiciones del estímulo óptimo. Puesto que, para estos autores, la anchura del estímulo es fundamental para lograr un disparo adecuado, se puede asumir que la anchura de los campos complejos es cuatro o cinco veces la anchura de los campos simples, de ahí

que se propongan otros tantos campos simples para construir un campo complejo:

NUMERO DE CELULAS DE CAMPO SIMPLE QUE INCIDEN EN

CADA C_{ij} : $NS=5$

DISTANCIA ENTRE CADA UNA DE LAS CELULAS DE CAMPO

SIMPLE SUCEсивAS QUE INCIDEN SOBRE CADA C_{ij} : $DS=1,2,3$

LONGITUD DEL CAMPO C_{ij} : $(NG-1) DG+7$

ANCHURA DEL CAMPO C_{ij} : $(NS-1) DS+7$

Si $\delta_{ji}=1$ las expresiones (46), (47), (48), y (49) se transforman en éstas:

RENDIJAS:

$$CREND(P1)_{i,j}(x) = \lambda \left[\sum_{K=-(NS-1)/2}^{(NS-1)/2} SON(P1)_{i,j+DS.K}(x) - TC \right]$$

$$CREND(P2)_{i,j}(x) = \lambda \left[\sum_{K=-(NS-1)/2}^{(NS-1)/2} SON(P2)_{i,j+DS.K}(x) - TC \right]$$

BARRAS:

$$CBAR(P1)_{i,j}(x) = \lambda \left[\sum_{K=-(NS-1)/2}^{(NS-1)/2} SOFF(P1)_{i,j+DS.K}(x) - TC \right]$$

$$CBAR(P2)_{i,j}(x) = \lambda \left[\sum_{K=-(NS-1)/2}^{(NS-1)/2} SOFF(P2)_{i,j+DS.K}(x) - TC \right]$$

BORDES:

$$CBD(P1)_{i,j}(x) = \lambda \left[\sum_{K=-(NS-1)/2}^{(NS-1)/2} SBD(P1)_{i,j+DS.K}(x) - TC \right]$$

$$CBD(P2)_{i,j}(x) = \lambda \left[\sum_{K=-(NS-1)/2}^{(NS-1)/2} SBD(P2)_{i,j+DS.K}(x) - TC \right]$$

$$CBI(P1)_{i,j}(x) = \lambda \left[\sum_{K=-(NS-1)/2}^{(NS-1)/2} SBI(P1)_{i,j+DS.K}(x) - TC \right]$$

$$CBI(P2)_{i,j}(x) = \lambda \left[\sum_{K=-(NS-1)/2}^{(NS-1)/2} SBI(P2)_{i,j+DS.K}(x) - TC \right]$$

donde $TC=0.50$. Con ello se consigue que $C_{ij}(x)=1$ cuando al menos un solo campo simple dispara 1. No existen limitaciones a la longitud de los estímulos.

6.2.6. Células de campo hipercomplejo de orden inferior: HI_{ij} (en el programa HIPINF).

El número de campos complejos que envían sus outputs a HI_{ij} es variable y específico en cada caso.

DISTANCIA ENTRE LOS CENTROS DE DOS G_{ij} INMEDIATAS DE DOS CAMPOS COMPLEJOS SUCEсивOS: $DC=1,2,3$

Si se tiene en cuenta los parámetros establecidos en 5.2.V.2 las expresiones (52), (53), (54), (55) se transforman en éstas:

ESQUINAS:

BORDE ILUMINADO A LA IZQUIERDA, LIMITE ABAJO:

$$HIESQA_{i,j}(x) = \lambda \left[CBI(P2)_{i,j}(x) - CBI(P2)_{i + \frac{L+1}{2},j}(x) - THI \right]$$

BORDE ILUMINADO A LA DERECHA, LIMITE ABAJO:

$$HIESQB_{i,j}(x) = \lambda \left[CBD(P2)_{i,j}(x) - CBD(P2)_{i + \frac{L+1}{2},j}(x) - THI \right]$$

BORDE ILUMINADO A LA IZQUIERDA, LIMITE ARRIBA:

$$HIESQE_{i,j}(x) = \lambda \left[CBI(P2)_{i,j}(x) - CBI(P2)_{i - \frac{L+1}{2},j}(x) - THI \right]$$

BORDE ILUMINADO A LA DERECHA, LIMITE ARRIBA:

$$HIESQF_{i,j}(x) = \lambda \left[CBD(P2)_{i,j}(x) - CBD(P2)_{i - \frac{L+1}{2},j}(x) - THI \right]$$

LENGUETAS:

BORDE ILUMINADO A LA DERECHA:

$$HILD_{ij}(x) = \lambda \left[-CBD(P2)_{i+\frac{K+1}{2},j}(x) + CBD(P1)_{ij}(x) - CBD(P2)_{i-\frac{K+1}{2},j}(x) - THI \right]$$

BORDE ILUMINADO A LA IZQUIERDA:

$$HILI_{ij}(x) = \lambda \left[-CBI(P2)_{i+\frac{K+1}{2},j}(x) + CBI(P1)_{ij}(x) - CBD(P2)_{i-\frac{K+1}{2},j}(x) - THI \right]$$

RENDIJAS:

$$HIR_{ij}(x) = \lambda \left[-CREND(P2)_{i+\frac{L+1}{2},j}(x) + CREND(P2)_{ij}(x) - CREND(P2)_{i-\frac{L+1}{2},j}(x) - THI \right]$$

BARRAS:

$$HIB_{ij}(x) = \lambda \left[-CBAR(P2)_{i+\frac{L+1}{2},j}(x) + CBAR(P2)_{ij}(x) - CBAR(P2)_{i-\frac{L+1}{2},j}(x) - THI \right]$$

donde $L=(P2-1) DG+DC$

$K=(P1-1) DG+DC$

$THI=0.50$

Observar que: (i) el umbral THI es el mismo para todos los campos; indica que al menos un campo complejo excitador debe disparar 1 para que $HI_{ij}(x)=1$; (ii) los campos complejos que componen los campos de las células HI muestran un alto grado de solapamiento. Así por ejemplo en HIR los centros de las áreas inhibitoras están situados en los bordes superior e inferior del área excitadora y dentro de ese área (vease figura 47); en esta formalización la célula muestra una extremada sensibilidad a la longitud del estímulo puesto que un alargamiento de éste que exceda la longitud del campo excitador es suficiente para superar el umbral de los flancos inhibidores con lo que estos disparan 1 inhibiendo así el disparo del área excitadora y con ello el disparo 1 de la célula.

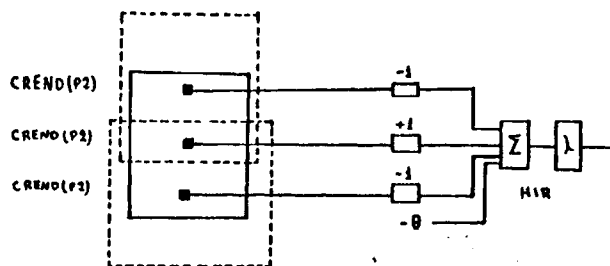


figura 47. Solapamiento de los campos complejos que envían sus outputs a la célula hipercompleja HIR. Los parámetros utilizados son: $P2=7$, $DG=1$, $DS=1$ y $DC=3$.

6.2.7. Células hipercomplejas de orden superior: HS_{ij} (en el programa HIPSUP).

La matriz de 60×60 se divide en 9 partes de 20×20 que no solapan entre sí (ver figura 48). El área de estas regiones—que son consideradas como el campo agregado de una hipercolumna— es función del tamaño de R . Igual resultado se obtiene si se fija el tamaño independientemente de R . Cada una de estas regiones está servida por una hipercolumna que tiene cuatro salidas: HSL, HSE, HSB y HSR. Existe para cada figura presentada en la retina un vector de 36 componentes. Las células mencionadas anteriormente constituyen los sistemas de cálculo de los predicados parciales de un perceptrón de diametro limitado. La formalización que se utiliza para estas células en la simulación es algo diferente a la presentada en las expresiones (59) y (62) sin perder por ello generalidad. Esto es debido a que el campo retineano se ha dividido en muy pocas regiones o "campos agregados" comparados con los que existen en el campo retineano real; con ello se evita la excesiva

longitud del vector. Las células hipercomplejas superiores se presentan aquí como detectores de la ausencia o presencia del rasgo específico sin importar su posición en la región, tamaño o configuración de la luz. Por ejemplo, HSE detecta esquinas sin importar su tamaño ni el tipo (A,B,E,F)

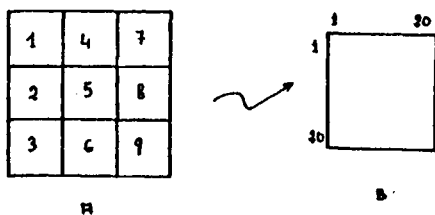


figura 48. En A campo retineano dividido en 9 regiones. En B matriz de elementos HI para cada región de la retina.

Las expresiones (59), (60) se transforman en las siguientes:

LENGUETAS (sin importar posición ni configuración del borde):

$$HSL(a)(x) = \lambda \left[\sum_{j=1}^{20} \sum_{i=1}^{20} (HILD_{ij}(x) + HILI_{ij}(x)) - TSH \right]$$

ESQUINAS (sin importar posición ni tamaño de las esquinas):

$$HSE(a)(x) = \lambda \left[\sum_{j=1}^{20} \sum_{i=1}^{20} (HIESQA_{ij}(x) + HIESQB_{ij}(x) + HIESQE_{ij}(x) + HIESAF_{ij}(x)) - TSH \right]$$

BARRAS (sin importar posición pero sí tamaño):

$$HSB(a)(x) = \lambda \left[\sum_{j=1}^{20} \sum_{i=1}^{20} HIB_{ij}(x) - TSH \right]$$

RENDIJAS (sin importar posición, pero sí tamaño):

$$HSR(a)(x) = \lambda \left[\sum_{j=1}^{20} \sum_{i=1}^{20} HIR_{ij}(x) - TSH \right]$$

donde $a=1,2,\dots,9$ y cada una de las regiones se consideran matrices independientes, $i=1,2,\dots,20$, $j=1,2,\dots,20$ cuyos elementos son HI ; $TSH=0.50$ con lo que $HSL(a)(x)=1$ siempre que exista una lengüeta de tamaño adecuado en la retina.

6.2.8. Vector para cada figura.

Toda figura o patrón X proyectada en la retina da lugar a un vector V de 36 componentes siendo cada uno de ellos:

- 1.HSL(1)(x)
- 2.HSE(1)(x)
- 3.HSR(1)(x)
- 4.HSB(1)(x)
- 5.HSL(2)(x)
- 6.HSE(2)(x)
- 7.HSR(2)(x)
- . .
- . .
- . .
- 35.HSR(9)(x)
- 36.HSB(9)(x)

6.3. Figuras proyectadas (en el programa FIG).

Las figuras proyectadas en la retina son las figuras utilizadas por Minsky y Papert (1.969) como figuras conexas/no conexas; están representadas en la figura 49A; las imágenes

siones (en unidades de retina) se indican en la figura 49B. Las figuras X_1 y X_2 son no conexas y pertenecen a \mathcal{X}_1 ; las figuras X_2 , X_3 son conexas y pertenecen a \mathcal{X}_2 . La tarea es encontrar un \hat{W}_F tal que $\psi_F(x)=1$ si X es conexas y $\psi_F(x)=0$ si X es no conexas.

6.4. Aprendizaje (en el programa VECTOR y SEPLIN).

Los vectores de salida del selector de rasgos son V_1, V_2, V_3 y V_4 que corresponden a X_1, X_2, X_3 y X_4 . De acuerdo con lo dicho en el apartado 3.5.1. se intentará mediante aprendizaje encontrar un vector \hat{W} tal que:

$$\begin{aligned}\hat{W}_F \cdot \hat{V}_i \leq 0 &\Leftrightarrow V_i \text{ corresponde a } X_i \in \mathcal{X}_1 \\ \hat{W}_F \cdot \hat{V}_i > 0 &\Leftrightarrow V_i \text{ corresponde a } X_i \in \mathcal{X}_2\end{aligned}$$

Para ello: (i) cada vector V de salida se transforma en un vector aumentado \hat{V} :

$$\hat{V} = \begin{pmatrix} V \\ 1 \end{pmatrix}$$

(ii) se realiza la transformación siguiente:

$$\begin{aligned}-\hat{V} &\text{ si } \hat{V} \text{ corresponde a } X_i \in \mathcal{X}_1 \\ \hat{V} &\text{ si } \hat{V} \text{ corresponde a } X_i \in \mathcal{X}_2\end{aligned}$$

(iii) se aplica el algoritmo expresado en (21) considerando el vector de pesos inicial $\hat{W}_F = (0, 0, \dots, 0)$ y el número de iteraciones (NITER) igual a un millón.

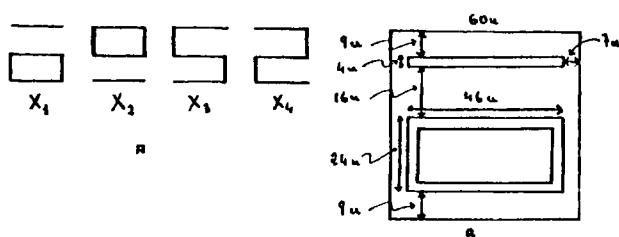


figura 49. En A forma y notación de las figuras utilizadas en la simulación; en B dimensiones en unidades de retina.

6.5. El programa:

El programa fue realizado por el Dr. don Luis Jáñez, del Departamento de Psicología Matemática de la U. Complutense. Utiliza el lenguaje FORTRAN IV, NIVEL G y fue ejecutado por el computador IBM 360/65 del CCUC.

Los parámetros utilizados fueron: $N=600$, $DCG=3$, $DPG=7$, $AC=4$, $AP=1$, $TGON=1.50$, $TGOFF=1.50$, $TS=1$ (sólo para SB), $TC=0.50$, $THI=0.50$, $THS=0.50$, $P1=3$, $P2=7$, $DG=1$, $DS=1$, $DC=3$, $NITER=1000000$

6.6. Resultados

Cada una de las cuatro figuras presentadas tiene su salida en las veintiseis matrices consideradas. Estas salidas representan el patrón de excitación en cada una de las clases consideradas. Sería prolijo, además de inútil, describir estas salidas. Se presentan únicamente los vectores de 37 componentes para cada una de las cuatro figuras así como el resultado del intento de separación lineal.

6.7. Discusión

La simulación evidencia que, establecidos los parámetros correspondientes, el sistema funciona como un todo integrado. El vector de pesos no es encontrado, al menos en un millón de iteraciones. El teorema expuesto en 3.4.2 - asegura que el mecanismo no puede realizar $\psi_{GENERAL}$ y por tanto el vector de pesos no se encontrará nunca. Si el modelo presentado es un modelo del mecanismo de reconocimiento de patrones visuales en el gato, entonces el sujeto en una situación de aprendizaje no puede clasificar correctamente esas figuras. Hay que hacer notar que si la clasifi-

cación se efectúa de otro modo, por ejemplo X_1, X_3 , X_2, X_4 mediante el programa de aprendizaje se encuentra el vector de pesos siguiente:

(0,-2,2,0,
0,0,0,0,0,2,-2,0,0,0)

Puede comprobarse que $\hat{W}\hat{V}_1 < 0, \hat{W}\hat{V}_2 > 0, \hat{W}\hat{V}_3 < 0, \hat{W}\hat{V}_4 > 0$.

Es necesario señalar que si se obtiene un vector de pesos W tal que $\hat{W}\hat{V}_2 < 0$ y $\hat{W}\hat{V}_3 > 0$ es decir, $\psi(X_2) = 0$ y $\psi(X_3) = 1$, y que discrimina entre X_2 y X_3 , este vector de pesos aplicado a V_1 y V_4 ofrece los siguientes resultados:

- (i) $\hat{W}\hat{V}_1 < 0$ y $\hat{W}\hat{V}_4 < 0$, por lo que clasifica las dos figuras como no conexas
- (ii) $\hat{W}\hat{V}_1 > 0$ y $\hat{W}\hat{V}_4 > 0$, por lo que las dos son consideradas conexas
- (iii) $\hat{W}\hat{V}_1 > 0$ y $\hat{W}\hat{V}_4 < 0$, es decir, X_1 conexas y X_4 no conexas

Se obtienen todas las combinaciones posibles salvo aquella que hace que \hat{W} sea tal que $\hat{W}\hat{V}_1 < 0$ y $\hat{W}\hat{V}_4 > 0$ y, por tanto, que X_1 y X_2 tengan la misma salida, y X_3 y X_4 tengan, también la misma salida.

Finalmente y puesto que el selector de rasgos puede ser independiente del clasificador, si el sistema de clasificación, en lugar de un perceptrón, actúa por comparación o emparejamiento con plantilla siendo esta una cualquiera de las figuras, no sólo no se logra la clasificación de figuras conexas y no conexas sino que tampoco se logra la clasificación indicada primeramente. En efecto, si se consideran dos puntos en el espacio euclídeo de

n dimensiones, la distancia entre ellos viene expresada por:

$$D(x_i, x_j) = [(x_i - x_j)'(x_i - x_j)]^{\frac{1}{2}}$$

En este caso las distancias de \hat{v}_2 , \hat{v}_3 , y \hat{v}_4 a \hat{v}_1 son:

$$D_{12} = 8$$

$$D_{13} = 4$$

$$D_{14} = 4$$

Si se establece una clasificación teniendo en cuenta la distancia definida anteriormente o X_1 , X_3 , X_4 están en una clase y X_2 en otra o X_1 está en una clase y X_2 , X_3 , y X_4 en otra. Por tanto, también este sistema de clasificación se revela ineficaz.

0 0 0
0 0 0
1 0 1

1	0	1
1	0	1
3	3	3

0 0 0
0 0 0
0 0 0

0 1 2
1 1 2
2 1 2

VECTOR ORIGINADO POR LA FIGURA

$$2 : \hat{V}_2$$

١
٢
٣
٤
٥
٦
٧
٨
٩
١٠
١١
١٢
١٣
١٤
١٥
١٦
١٧
١٨
١٩
٢٠
٢١
٢٢
٢٣
٢٤
٢٥
٢٦
٢٧
٢٨
٢٩
٣٠

5
 6
 7
 8
 9
 10
 11
 12
 13
 14
 15
 16
 17
 18
 19
 20
 21
 22
 23
 24
 25
 26
 27
 28
 29
 30
 31
 32
 33
 34
 35
 36
 37
 38
 39
 40
 41
 42
 43
 44
 45
 46
 47
 48
 49
 50
 51
 52
 53
 54
 55
 56
 57
 58
 59
 60
 61
 62
 63
 64
 65
 66
 67
 68
 69
 70
 71
 72
 73
 74
 75
 76
 77
 78
 79
 80
 81
 82
 83
 84
 85
 86
 87
 88
 89
 90
 91
 92
 93
 94
 95
 96
 97
 98
 99
 100
 101
 102
 103
 104
 105
 106
 107
 108
 109
 110
 111
 112
 113
 114
 115
 116
 117
 118
 119
 120
 121
 122
 123
 124
 125
 126
 127
 128
 129
 130
 131
 132
 133
 134
 135
 136
 137
 138
 139
 140
 141
 142
 143
 144
 145
 146
 147
 148
 149
 150
 151
 152
 153
 154
 155
 156
 157
 158
 159
 160
 161
 162
 163
 164
 165
 166
 167
 168
 169
 170
 171
 172
 173
 174
 175
 176
 177
 178
 179
 180
 181
 182
 183
 184
 185
 186
 187
 188
 189
 190
 191
 192
 193
 194
 195
 196
 197
 198
 199
 200
 201
 202
 203
 204
 205
 206
 207
 208
 209
 210
 211
 212
 213
 214
 215
 216
 217
 218
 219
 220
 221
 222
 223
 224
 225
 226
 227
 228
 229
 230
 231
 232
 233
 234
 235
 236
 237
 238
 239
 240
 241
 242
 243
 244
 245
 246
 247
 248
 249
 250
 251
 252
 253
 254
 255
 256
 257
 258
 259
 260
 261
 262
 263
 264
 265
 266
 267
 268
 269
 270
 271
 272
 273
 274
 275
 276
 277
 278
 279
 280
 281
 282
 283
 284
 285
 286
 287
 288
 289
 290
 291
 292
 293
 294
 295
 296
 297
 298
 299
 300
 301
 302
 303
 304
 305
 306
 307
 308
 309
 310
 311
 312
 313
 314
 315
 316
 317
 318
 319
 320
 321
 322
 323
 324
 325
 326
 327
 328
 329
 330
 331
 332
 333
 334
 335
 336
 337
 338
 339
 340
 341
 342
 343
 344
 345
 346
 347
 348
 349
 350
 351
 352
 353
 354
 355
 356
 357
 358
 359
 360
 361
 362
 363
 364
 365
 366
 367
 368
 369
 370
 371
 372
 373
 374
 375
 376
 377
 378
 379
 380
 381
 382
 383
 384
 385
 386
 387
 388
 389
 390
 391
 392
 393
 394
 395
 396
 397
 398
 399
 400
 401
 402
 403
 404
 405
 406
 407
 408
 409
 410
 411
 412
 413
 414
 415
 416
 417
 418
 419
 420
 421
 422
 423
 424
 425
 426
 427
 428
 429
 430
 431
 432
 433
 434
 435
 436
 437
 438
 439
 440
 441
 442
 443
 444
 445
 446
 447
 448
 449
 450
 451
 452
 453
 454
 455
 456
 457
 458
 459
 460
 461
 462
 463
 464
 465
 466
 467
 468
 469
 470
 471
 472
 473
 474
 475
 476
 477
 478
 479
 480
 481
 482
 483
 484
 485
 486
 487
 488
 489
 490
 491
 492
 493
 494
 495
 496
 497
 498
 499
 500
 501
 502
 503
 504
 505
 506
 507
 508
 509
 510
 511
 512
 513
 514
 515
 516
 517
 518
 519
 520
 521
 522
 523
 524
 525
 526
 527
 528

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

0	0	0
0	0	0
0	0	0

0	0	0
0	0	0
0	0	0

$$3. \quad \hat{V}_3$$
[illegible]

1	0	0
0	0	0
0	0	1

$$\begin{array}{ccc} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{array}$$

0	1	2
0	1	0
0	0	0

0 0 0
0 0 0
0 0 0

$$4 : \hat{V}_4$$

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
32
33
34
35
36
37
38
39
40
41
42
43
44
45
46
47
48
49
50
51
52
53
54
55
56
57
58
59
60
61
62
63
64
65
66
67
68
69
70
71
72
73
74
75
76
77
78
79
80
81
82
83
84
85
86
87
88
89
90
91
92
93
94
95
96
97
98
99
100
101
102
103
104
105
106
107
108
109
110
111
112
113
114
115
116
117
118
119
120
121
122
123
124
125
126
127
128
129
130
131
132
133
134
135
136
137
138
139
140
141
142
143
144
145
146
147
148
149
150
151
152
153
154
155
156
157
158
159
160
161
162
163
164
165
166
167
168
169
170
171
172
173
174
175
176
177
178
179
180
181
182
183
184
185
186
187
188
189
190
191
192
193
194
195
196
197
198
199
200
201
202
203
204
205
206
207
208
209
210
211
212
213
214
215
216
217
218
219
220
221
222
223
224
225
226
227
228
229
230
231
232
233
234
235
236
237
238
239
240
241
242
243
244
245
246
247
248
249
250
251
252
253
254
255
256
257
258
259
260
261
262
263
264
265
266
267
268
269
270
271
272
273
274
275
276
277
278
279
280
281
282
283
284
285
286
287
288
289
290
291
292
293
294
295
296
297
298
299
300
301
302
303
304
305
306
307
308
309
310
311
312
313
314
315
316
317
318
319
320
321
322
323
324
325
326
327
328
329
330
331
332
333
334
335
336
337
338
339
340
341
342
343
344
345
346
347
348
349
350
351
352
353
354
355
356
357
358
359
360
361
362
363
364
365
366
367
368
369
370
371
372
373
374
375
376
377
378
379
380
381
382
383
384
385
386
387
388
389
390
391
392
393
394
395
396
397
398
399
400
401
402
403
404
405
406
407
408
409
410
411
412
413
414
415
416
417
418
419
420
421
422
423
424
425
426
427
428
429
430
431
432
433
434
435
436
437
438
439
440
441
442
443
444
445
446
447
448
449
450
451
452
453
454
455
456
457
458
459
460
461
462
463
464
465
466
467
468
469
470
471
472
473
474
475
476
477
478
479
480
481
482
483
484
485
486
487
488
489
490
491
492
493
494
495
496
497
498
499
500
501
502
503
504
505
506
507
508
509
510
511
512
513
514
515
516
517
518
519
520
521
522
523
524
525
526
527
528
529
530
531
532
533
534
535
536
537
538
539
540
541
542
543
544
545
546
547
548
549
550
551
552
553
554
555
556
557
558
559
560
561
562
563
564
565
566
567
568
569
570
571
572
573
574
575
576
577
578
579
580
581
582
583
584
585
586
587
588
589
590
591
592
593
594
595
596
597
598
599
600
601
602
603
604
605
606
607
608
609
610
611
612
613
614
615
616
617
618
619
620
621
622
623
624
625
626
627
628
629
630
631
632
633
634
635
636
637
638
639
640
641
642
643
644
645
646
647
648
649
650
651
652
653
654
655
656
657
658
659
660
661
662
663
664
665
666
667
668
669
670
671
672
673
674
675
676
677
678
679
680
681
682
683
684
685
686
687
688
689
690
691
692
693
694
695
696
697
698
699
700
701
702
703
704
705
706
707
708
709
710
711
712
713
714
715
716
717
718
719
720
721
722
723
724
725
726
727
728
729
730
731
732
733
734
735
736
737
738
739
740
741
742
743
744
745
746
747
748
749
750
751
752
753
754
755
756
757
758
759
760
761
762
763
764
765
766
767
768
769
770
771
772
773
774
775
776
777
778
779
780
781
782
783
784
785
786
787
788
789
790
791
792
793
794
795
796
797
798
799
800
801
802
803
804
805
806
807
808
809
810
811
812
813
814
815
816
817
818
819
820
821
822
823
824
825
826
827
828
829
830
831
832
833
834
835
836
837
838
839
840
84

[illegible]

7. Experimentación

Introducción

El mecanismo que se ocupa del reconocimiento de patrones se ha formalizado mediante un perceptrón de diámetro limitado. Esta máquina no puede clasificar correctamente las figuras conexas/no conexas, a pesar del proceso de aprendizaje. Si ese mecanismo es un modelo adecuado del sistema de reconocimiento de patrones entonces el animal no puede aprender a clasificar correctamente esas figuras.

En una situación de aprendizaje se dice que dos patrones pertenecen a la misma clase si están asociados con el mismo efecto y son capaces, por tanto, de elicitar la misma respuesta. Un animal clasifica correctamente un conjunto de patrones si responde de igual modo a estímulos pertenecientes a la misma clase. Ahora bien, en la simulación se ha mostrado que la máquina es incapaz de responder de igual modo a estímulos equivalentes, es decir, a estímulos reforzados del mismo modo (mediante el algoritmo expresado en (19)). En la discusión de la simulación se ha establecido que si existe un \hat{W} que discrimina entre X_2 y X_3 entonces o clasifica a X_1 y X_4 como conexas o no conexas a la vez con lo cual esos patrones no pueden ser discriminados o clasifica a X_1 como conexo y X_4 como no conexo con lo cual discrimina las figuras pero las clasifica de modo incorrecto (ver figura 50).

Con el fin de realizar la verificación experimental del modelo propuesto es necesario definir operativamente los procesos indicados en la figura 50 puesto que las se

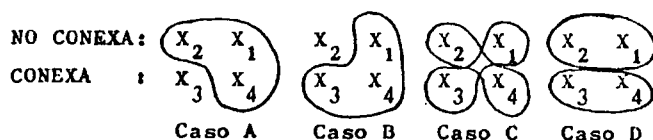


figura 50. Clasificaciones posibles que pueden establecerse cuando se presentan apareados X_2 , X_3 por una parte y X_1 y X_4 por otra. En A, B y C, clasificaciones que establece un perceptrón de diámetro limitado; en A y B no existe discriminación entre X_1 y X_4 . En D, clasificación que no puede realizarse mediante un perceptrón de diámetro limitado.

ñales consideradas son señales neurales o respuestas que "pueden o no implicar una actividad muscular detectable externamente" (Rosenblatt, 1.958, p.387). El objetivo de la experimentación es establecer una correspondencia entre señales y respuestas manifiestas de modo que puedan establecerse predicciones experimentales. Para ello se acude al modelo propuesto por Sutherland (1.964a, 1.964b) y recogido en Sutherland y McKintosh (1.971) que trata de explicar el aprendizaje de discriminación. Es un modelo de dos estadios:

Primero aprender a conectar el analizador cuyas salidas discriminan los estímulos que han de ser diferenciados y segundo aprender qué respuestas hay que conectar con dichas emisiones (Sutherland, 1.964a, p. 150).

Observar que este trabajo no se ocupa del modelo de

Sutherland y McKintosh (1.971) acerca del aprendizaje de discriminación de la forma. De lo que se ocupa es de la naturaleza del analizador incluido en el modelo y postula para él la estructura de perceptrón de diametro limitado. Utiliza mas bien el modelo de aprendizaje de discriminación para establecer predicciones experimentales.

En un experimento de discriminación se presentarán (en la primera fase) los estímulos X_2 y X_3 para ser discriminados por el animal. En el proceso de aprendizaje el animal aprenderá a conectar el analizador adecuado (en este caso el analizador de la forma cuya estructura es la postulada en la tesis), computa mediante el analizador los estímulos (en este caso, forma el vector de pesos \hat{W}), elicitla la señal 0 para X_2 y 1 para X_3 y asocia la señal 0 con la respuesta de no ir hacia esa parte (R_1) y la señal 1 con la respuesta de ir (R_2). Todo ello se realiza en un número de ensayos determinados hasta llegar al criterio impuesto por el experimentador. Cuando esto sucede el animal ha discriminado entre X_2 y X_3 (ver figura 51).

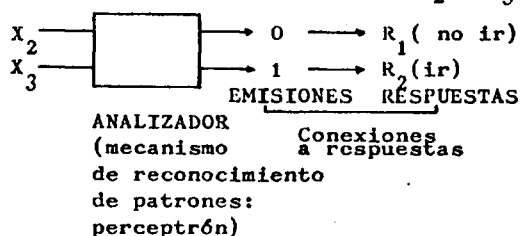


figura 51. Procesos que tienen lugar en el aprendizaje de discriminación una vez conectado el analizador adecuado. Adaptado de Sutherland y McKintosh (1.971. p.34).

Cuando el sujeto discriminado entre X_2 y X_3 se le presentan (segunda fase) dos estímulos distintos a los anteriores, X_1 y X_4 aunque equivalentes a ellos puesto que están reforzados del mismo modo. El mecanismo de reconocimiento de patrones postulado aquí como tesis tiene el comportamiento siguiente en las primeras sesiones del aprendizaje discriminativo:

(i) si se utiliza el vector formado con anterioridad (\hat{W}):

- el mecanismo no discrimina entre X_1 y X_4 (casos A y B). Por tanto el sujeto no puede discriminar entre X_1 y X_4 en las primeras sesiones y elicitó respuestas al azar. La tasa de adquisición oscilará alrededor del 50% de respuestas correctas en cada sesión.

- el mecanismo discrimina entre X_1 y X_4 (caso C) pero emite señales de tal modo que clasifica X_1 en la clase de X_3 y X_4 en la clase de X_2 , de modo incorrecto. Puesto que sólo X_4 será reforzada el animal ha de aprender a conectar la respuesta R_2 a la señal 0 y R_1 a la señal 1 o a establecer otro vector de pesos nuevo. Existe, por tanto, un nuevo aprendizaje en las primeras etapas del cual las respuestas se dan al azar y por tanto el número de ensayos al criterio ha de ser, al menos, aproximadamente igual al número de ensayos que se ha necesitado en la primera fase.

(ii) si no se utiliza el vector formado con anterioridad (\hat{W}):

El sujeto comienza una nueva tarea de discriminación (con $\hat{W}=(0,0,\dots,0)$) de dificultad idéntica a la tarea de la primera fase por lo que el número de ensayos hasta lle

gar al criterio ha de ser aproximadamente igual al número de ensayos que se ha necesitado en la primera fase. En las primeras sesiones la tasa de respuesta oscila alrededor del 50%.

Por tanto, si el sujeto discrimina entre X_1 y X_4 y llega al criterio en un número de ensayos mucho menor que el número de ensayos necesitado en la primera fase, entonces el analizador no es el mecanismo postulado en la tesis, es decir, no es un perceptrón de diametro limitado.

Los procesos mencionados con anterioridad pueden verse gráficamente en la figura 52.

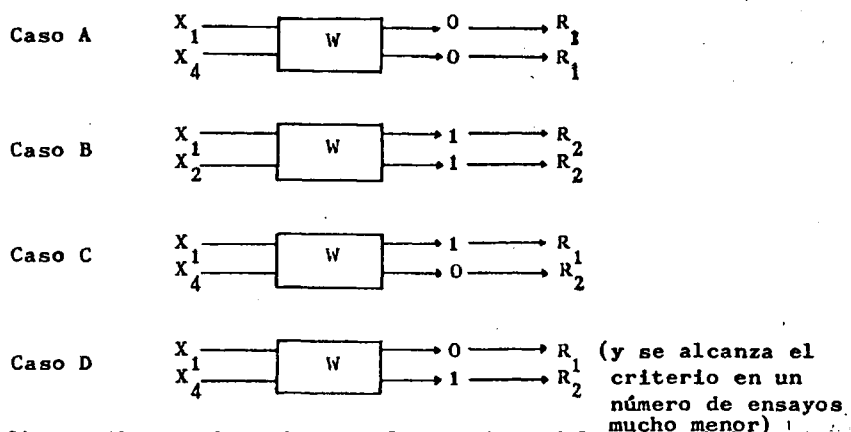


figura 52. Funcionamiento del mecanismo del reconocimiento de patrones (o del analizador) para los casos ilustrados en la figura 51.

Por último, es necesario indicar que el propósito de Sutherland (1.958, 1.960a, 1.969a, 1.969c) y Sutherland y Williams (1.969) en los experimentos que realizan es observar qué estímulos clasifica el animal como equivalentes.

El propósito de la experimentación que sigue es comprobar si el animal clasifica como equivalentes estímulos definidos como equivalentes y que no pueden ser clasificados como tales por el perceptrón de diámetro limitado.

Método

Sujeto:

Un gato doméstico, macho, de aproximadamente seis meses de edad al comenzar la experimentación, criado en condiciones naturales (ni en jaula ni en laboratorio) antes de la experimentación. Durante el tiempo que duró la experimentación se le mantuvo con un peso constante (1800 gr. en la primera fase y 2000 gr. en la segunda) con aproximadamente 100 gr. diarios de comida preparada (Friskis de hígado para perros) hora y media después de cada sesión de entrenamiento (por tanto, con veintidos horas de depriación antes de comenzar cada sesión). Después de cada sesión diaria y antes de la comida permanecía libre fuera de la jaula. Entre la primera y la segunda fase, durante tres días, se le mantuvo con dieta normal para recuperar motivación.

Aparato:

El aparato es una versión simplificada de los empleados comúnmente en discriminación de formas por gatos (McAllister y Berman, 1.931; Anderson y Williamson, 1.971; Smith, 1.934; Sperry, Miner y Myers, 1.955; Thompson, 1.951). Esta construido en madera prensada y consta de tres partes: caja de salida, caja de discriminación y caja de refuerzo. La disposición y dimensiones pueden observarse en la figura 53. La caja de salida tiene una abertura de 30x33 cm

cerrada por la parte interior con una puerta corredera y por la parte externa por un cristal; ambas pueden levantarse para permitir la salida del animal. La caja de discriminación tiene en su parte frontal dos ventanas cuyas puertas se abren hacia arriba con una debil presión, con suficiente amplitud para que el sujeto pueda pasar a su través. Cuando pasa la puerta se cierra de modo que no puede volver hacia atrás. Las dimensiones de la puerta de la caja de salida y del frontal de la caja de discriminación son las adecuadas para que todo el frontal caiga dentro del campo visual del gato (ver Hughes, 1.976) sin que este tenga que mover los ojos o la cabeza. Las puertas de las ventanas estaban recubiertas por una lámina de plástico transparente que contiene las cartulinas con las figuras que sirven de estímulo y permiten cambiarlas con facilidad. La zona de refuerzo consta de dos pasillos independientes y paralelos al final de los cuales se coloca la comida. Los estímulos están iluminados con un foco de cien watos dispuesto de tal modo que no arroje sombras y que la iluminación se distribuya uniformemente

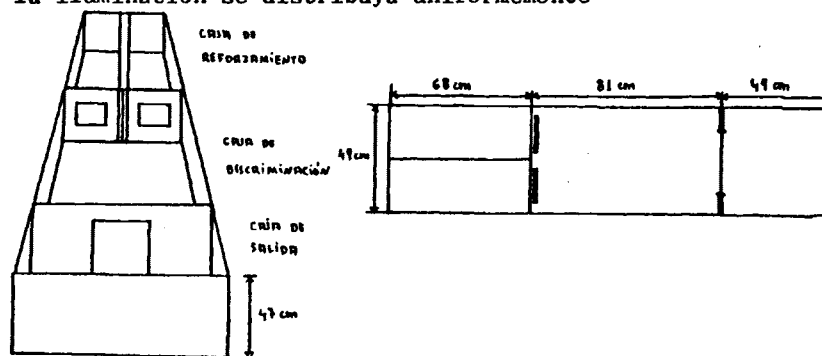


figura 53. Forma y dimensiones del aparato de discriminación.

Estímulos:

Las figuras utilizadas como estímulos son las mismas que se han utilizado en simulación. Su forma y notación aparece en la figura 49A. Sus dimensiones están representadas en la figura 53. Las figuras están recortadas en cartulina mate negra adheridas a una cartulina blanca de 12cm x 12 cm. En la primera fase del experimento se usaron las figuras X_2 y X_3 ; en la segunda fase X_1 y X_4 .

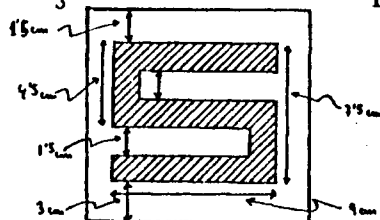


figura 54. Dimensiones de las figuras utilizadas como estímulos.

Procedimiento:

La experimentación consta de dos fases: fase de discriminação y fase de clasificación. Antes de comenzar el experimento se entrenó al animal a obtener la comida dentro del aparato. En la fase de discriminación el gato fué entrenado hasta llegar a 16 respuestas acertadas en 20 ensayos durante dos días consecutivos, es decir, entrena-do hasta obtener el 80% de respuestas correctas. Durante seis días a la semana se realizó cada día una sesión de 20 ensayos. La presentación de los estímulos fué simultanea. El estímulo reforzado fué siempre la figura conexa; en cada ensayo el refuerzo era una pequeña cantidad de comida colocada en un comedero situado al final del pasillo+ correspondiente al estímulo reforzado. Los estímulos eran intercambiados al azar de acuerdo con series previamente establecidas. El alimento se manejó con pinzas de modo que no fuera tocado por el experimentador. Al comenzar cada sesión (cada día) las paredes de la caja de refuerzo eran untadas con una pequeña cantidad de comida a fin de evi-tar la discriminación por el olor. Durante la fase de cla-sificación los estímulos presentados eran diferentes (X_1 y X_4) y se siguió el procedimiento general. Una respuesta correcta o acierto era anotada cuando el gato se dirigía a la ventana donde estaba fijada la figura conexa, empu-jaba la puerta y penetraba a su través o si se dirigía a la ventana donde estaba fijada la figura no conexa pero no tocaba la puerta y se dirigía luego a la otra parte; un error era anotado siempre que tocaba la ventana donde estaba la figura no conexa y penetraba a su través o se quedaba parado frente a la figura conexa para dirigirse

a la otra parte (es decir, a la figura no conexa) toca ba la puerta y pasaba a su través. El procedimiento ge neral era el siguiente: con la habitación oscura y los estímulos iluminados el sujeto era colocado en la caja de salida. Aproximadamente diez segundos más tarde se le vantaba la puerta y cinco o diez segundos mas tarde se levantaba el cristal. El sujeto optaba por una ventana determinada, empujaba la puerta, entraba en la caja de refuerzo y corría por el pasillo. Cuando elegía el estí mulo reforzado permanecía diez segundos en la caja de re fuerzo hasta comer el alimento. Si elegía la parte del estímulo no reforzado era retirado de la caja de refuer zo o de la caja de discriminación de modo inmediato. En ambos casos se le retiraba manualmente, era llevado a la caja de salida, se cambiaba o no la posición de los estí mulos (de acuerdo con las series) y comenzaba otro ensa yo. Durante las sesiones el experimentador y un colabora dor permanecían en la habitación.

Resultados

En la fase de discriminación el sujeto alcanzó el criterio en 560 ensayos. En la fase de clasificación logró el 80% de respuestas correctas en 120 ensayos. Las gráfi cas de adquisición pueden verse en la figura 55. De acuer do con estos resultados puede decirse que el sujeto clasi ficó correctamente las formas presentadas en la fase de clasificación.

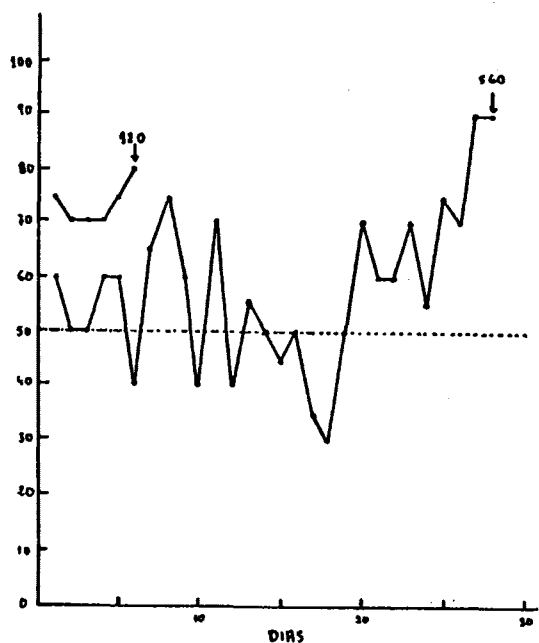


figura 55. Gráfica de adquisición

Discusión

Puesto que ningún perceptrón de diámetro limitado puede hacer la clasificación, el modelo presentado para explicar el mecanismo de reconocimiento de patrones en el gato no es válido como modelo total. Es evidente, que, al menos, un animal puede hacerlo, por lo que, de acuerdo con Duke (1.965), basta para falsar el modelo que se propone como modelo original. No obstante, hay que considerar el experimento realizado, dadas las condiciones en las que se efectuó, como un estudio cuyos resultados han de ser refrendados por estudios en los que el

diseño experimental se ajuste al paradigma de discriminación y transfer. Aunque el criterio de discriminación (80% de respuestas correctas) es poco estricto, la diferencia en las tasas de adquisición en los primeros días de las dos fases autoriza a concluir que en la segunda fase el animal no elicitaba respuestas al azar y por tanto el sujeto ni comienza una nueva tarea de discriminación ni su ejecución está comprendida en los casos A, B y C tratados anteriormente. La conclusión es pues, que el sujeto ha clasificado correctamente y que por tanto, el mecanismo utilizado no es un perceptrón.

8. Conclusión.

El resultado experimental obtenido indica que el gato clasifica las figuras que un perceptrón de diametro - limitado no puede clasificar correctamente. Este resultado, pendiente de refrendo experimental en otros estudios más completos, hace falso el modelo total propuesto como mecanismo que explica el proceso de reconocimiento de patrones presentados verticalmente en situación de aprendizaje. El resultado, y por tanto, la afirmación anterior puede ser aplicado a todas las formalizaciones del sistema visual de los mamíferos que cumplan a la vez: (i) que los predicados parciales (sea cual sea su nivel) dependan de regiones limitadas de la retina no importa como sean calculados (en serie o en paralelo; por una máquina de un nivel o por una L-máquina); y (ii) que las funciones ψ_r sean funciones lineales de umbral de los predicados parciales y por tanto su cálculo sea en paralelo. Es decir, a todas las formalizaciones que tengan la estructura de una \mathcal{L} -máquina.

Sin embargo, el selector de rasgos aquí presentado esta sustancialmente ajustado a hallazgos neurofisiologicos de las dos últimas décadas, incluso el hecho de que cada célula de la hipercolumna correspondiente tiene su campo receptor dentro del campo agregado de la hipercolumnuna y se ocupa de una región limitada de la retina y aunque las ψ funciones situadas a cualquier nivel no sean funciones de umbral. El problema se sitúa por tanto en la naturaleza del clasificador. Es evidente que se puede proponer una estructura que resuelva todos los problemas de

clasificación y que tenga poco que ver con el sustrato neurofisiológico (todo consiste en echar mano de los diversos métodos formulados para el reconocimiento de patrones). Pero ello no resuelve el problema de cómo los animales son capaces de clasificar formas y de reconocer patrones. Por otra parte, la discriminación y clasificación de figuras conexas/no conexas no se resuelve, desde luego, ni aumentando los niveles (siempre que se mantenga el diametro limitado y no se postule una célula cuyo campo receptor sea el total campo retineano, célula que a su vez envíe sus outputs a otras superiores) ni postulando un feed back de nivel a nivel. Cuatro características parecen destacar en la naturaleza del clasificador propuesto aquí: (i) la existencia de células cardinales (Barlow, 1.972) o células maestras (Grüsser y Grüsser-Cornehlis, 1.976); (ii) el cálculo en paralelo en la última parte del modelo; (iii) la linealidad; y (iv) el rechazo (al menos en la situación que nos ocupa) de un almacenamiento o memoria. La discusión que sigue se ocupará de estos puntos a fin de presentar modelos alternativos al sistema propuesto como clasificador (presentación que debe considerarse como tentativa).

En diversos apartados anteriores se ha insistido en la evidencia experimental que avala la existencia de células cuyo disparo representa el reconocimiento o detección de formas determinadas. Un modelo "interpretativo y global" (Grüsser y Grüsser-Cornehlis, 1.976) formulado por Ewert (1.973) y Ewert y Von Seelen (1.974), para los anuros, se sustenta en la evidencia experimental de la existencia de unidades maestras para el control de la con

ducta de caza de la presa y evitación del predador, en el tálamo y tectum óptico del sapo. En este modelo las células del tectum-II son consideradas como el sistema disparador o desencadenante de la respuesta de cazar la presa. Ahora bien, en el sistema visual del gato ese tipo de células no han sido descubiertas. Si se asume su existencia (aunque sea para el caso particular del reconocimiento de patrones) es necesario modificar la relación entre las células de salida del selector de rasgos y el clasificador. Dos líneas posibles se presentan: La primera es suponer que la relación entre las células de salida y el clasificador no es lineal, es decir, que la función ψ_f no es una función lineal de umbral aunque sea una función de umbral (aunque no lineal). Efectivamente, aquellos puntos que en un espacio euclídeo de n dimensiones no pueden ser separados linealmente pueden serlo por una función no lineal (figura 56) aún con una máquina que funcione en paralelo en la parte de clasificación

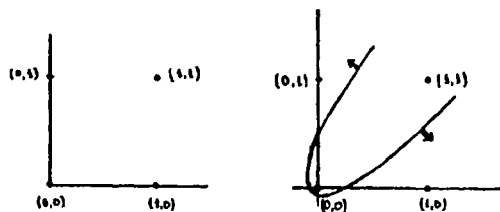


figura 56. Los subconjuntos $\{(0,0), (1,1)\}$ y $\{(1,0), (0,1)\}$ no pueden ser separados linealmente pero sí mediante una parábola.

La segunda línea es suponer que la computación en la última parte no sea en paralelo. Es decir que el selector de rasgos actúe en paralelo (con diversos niveles) y en su conexión con las células clasificadoras (cardinales o maestras) el cómputo sea serial. Lo más simple es suponer que una región servida por hipercolumnas se desplaza serialmente por todo el campo visual - calculando en paralelo las formas existentes en la región en cuestión pero enviando sus salidas a la célula clasificadora de modo serial. Para cada momento t existen n salidas en paralelo para una región, en el tiempo $t + \Delta t$ otras n salidas para otra región de la retina y así sucesivamente. La célula clasificadora tiene n entradas en los momentos sucesivos t , $t + \Delta t$, $t + 2\Delta t$, etc, por lo que recibe información serialmente. Diversos problemas que no serán tratados aquí surgen de esta conceptualización (Moore, Seidl y Parker, 1.975). Minsky (1.975) declara que si bien en el nivel de detección de rasgos visuales el procesamiento en paralelo puede ser útil, en niveles superiores de procesamiento cognitivo existen fundamentales limitaciones en el uso de la computación en paralelo y que los esquemas en paralelo son sólo ingredientes de las teorías de procesamiento perceptual, concluyendo en la necesidad de computación serial.

La posibilidad alternativa a la asunción anterior es suponer que el concepto de unidad maestra, en sí razonable, no es realizable de facto por las estructuras neurales. Así Grüssery Grüsser-Cornehl, 1.976, p.373) indica que

Lo que nosotros reconocemos como invariante comportamental (universal) es el resultado de la -

activación simultanea en paralelo y/o serial de una red compuesta por muchas clases de neuronas... y que el cambio esperado causado por cada respuesta motora puede jugar un papel esencial en la secuencia completa de los mecanismos innatos de disparo.

Según el modelo presentado por estos autores para los anuros la actividad de los niveles inferiores puede ser interpretada como "letras"; diferentes combinaciones de "letras" representan diversos significados y conducen a la activación, en este caso, de diferentes células tectales y talámicas. Esta activación es una "palabra" que facilita una cierta respuesta conductual. La respuesta motora hace variar el estímulo lo que da lugar a un proceso como el mencionado creando así más "palabras" que conducen a una "frase", es decir a una secuencia de respuestas motoras que nosotros interpretamos como "reconocimiento". El procesamiento en este modelo es paralelo-serial y semejante (aunque no idéntico) al discutido en el párrafo inmediatamente anterior.

En todo lo expuesto no existe ningún proceso que tenga que ver con lo que se llama almacenamiento o memoria de modo que el reconocimiento puede interpretarse como el emparejamiento con una pretendida regla almacenada. Esta posibilidad ya ha sido discutida en el apartado 2.5 como un caso particular de la máquina de emparejamiento con plantilla. No es cuestión de volver sobre ello. Hay que señalar no obstante, la existencia de procesos de memoria intimamente relacionados con el reconocimiento de patrones. Sin embargo, ya se citó a Sutherland (1.969) que

declaraba que nada se conocía a cerca de procesos básicos exigidos por ese modelo. Sutherland (1.973) no arroja mas luz sobre la cuestión.

Para terminar, el perceptrón se ha puesto en entre dicho como sistema de reconocimiento de patrones por or ganismos biológicos (en concreto, por el gato) y por tan to como modelo general del funcionamiento del cerebro (al menos en lo que respecta al sistema visual). La pues ta en cuestión de esta estructura ha sido hecha desde dentro, teniendo en cuenta sus limitaciones teóricas. Su aplicación puede ser, no obstante, muy importante en - otros campos. Y sobre todo, ha permitido establecer con precisión los problemas en un campo fronterizo en donde interaccionan la neurofisiología, la experimentación com portamental y las teorías de discriminación en Psicología, la teoría matemática de organización de sistemas y la simulación mediante computador. La esperanza es que juntas puedan arrojar alguna luz sobre el intrigante pro blema de reconocimiento de patrones por animales.

Resumen

Este trabajo trata de la naturaleza -en términos de máquinas que aprenden- del mecanismo de reconocimiento de patrones visuales en el gato, en situación de aprendizaje y para formas de dos dimensiones. Se ha construido un modelo hipotético, se ha realizado la simulación de tal modelo mediante un programa de computador y se ha emitido una predicción para su verificación experimental.

Se hipotetiza que el mecanismo tiene la estructura de perceptrón de diametro limitado. La retina de tal perceptrón está constituida por el sistema retineano hasta las células ganglionares (excluidas). Los predicados -parciales son calculados por el selector de rasgos que, a su vez, es una L-máquina de seis niveles constituidos por las células ganglionares retineanas, células del cuerpo geniculado lateral, células de campo simple, células de campo complejo, células de campo hipercomplejo de orden inferior y células hipercomplejas de orden superior que reciben sus aferencias de los niveles anteriores, detectan en los estímulos rendijas, barras, esquinas y lengüetas y cuyos soportes son los campos receptores incluidos en los campos agregados de las hipercolumnas a las que pertenecen. Los ψ_f son realizados por células clasificadoras cuya existencia se asume y se indica su semejanza con las funciones realizadas por las células del gyrus suprasilviano de la corteza del gato. Las características principales de este modelo son: jerarquía de niveles, carencia de feedback, especificidad de conexio

nes, computación en paralelo, consideración de la neurona como detector de rasgos, reconocimiento sobre espacio de rasgos así como la capacidad de aprender. Cada célula de un nivel cualquiera es una TLU y realiza una función lineal de umbral que depende del vector de input formado por las salidas de las células del nivel inmediatamente anterior que hacen sinapsis sobre la célula, de los pesos de estas sinapsis y del umbral de la propia célula. En su funcionamiento cada célula realiza un hiperplano en el espacio euclideo cuyas coordenadas son las células del nivel inmediato anterior - que disparan sobre ella. Las células finales realizan los diversos Ψ_i y calculan la presencia o ausencia de la propiedad P que caracteriza a la familia F de figuras en el patrón presentado en la retina. Según esto, el modelo no puede calcular Ψ_{CONEXO} puesto que ningún perceptrón de diametro limitado puede hacerlo - (Minsky y Papert, 1.969).

El selector de rasgos y el proceso de detección y aprendizaje de clasificación de figuras conexas/no conexas se ha simulado mediante un programa en un computador IBM 360/65. De la simulación se concluye que fijados los parámetros determinados, el modelo expuesto funciona como un todo integrado, detecta en los estímulos los rasgos utilizados y de acuerdo con la capacidad de un perceptrón de diametro limitado no se encuentra el vector de pesos que clasifica correctamente las figuras conexas y no conexas en un millón de iteraciones.

Por último , se ha intentado la verificación experimental del modelo mediante un - aprendizaje de discriminación simultánea, en dos etapas, de los patrones utilizados en la simulación. Los resultados experimentales indican que el sujeto utilizado - clasifica correctamente las figuras presentadas. Por tanto, se concluye que al menos para un sujeto, el mecanismo de reconocimiento de patrones no es un percep-trón. Puesto que el sistema utilizado es común a todos los sujetos de la misma especie se pone en duda la utilización del perceptrón como modelo del funcionamiento del sistema nervioso por lo que respecta al sistema visual y ello a partir de las propias limitaciones que el mecanismo tiene. Algunas consecuencias que este he-cho tiene en la naturaleza del clasificador se discu-ten finalmente.

REFERENCIAS

- Albus, J.S. A theory of cerebellar function. Mathematical Bioscience, 1971, 10, 25-61.
- Amari, S.I. A mathematical approach to neural systems. En J. Metzler (ed.), Systems Neuroscience. New-York: Academic Press, 1977. Pp. 67-117.
- Anderson, J.A. Neural models with cognitive implications. En D. Laberge y S. Jay Samuels (eds.), Basis processes in reading: perception and comprehension. New-York: Wiley and Sons, 1977. Pp. 27-70.
- Anderson, J.A., Silverstein, J.W., Ritz, S.A. y Jones, R.S. Distinctive features, categorial perception and probability learning: some applications of a neural model. Psychological Review, 1977, 84, 413-451.
- Anderson, K.W. y Williamson, M.R. Visual pattern discrimination in cats after removal of the superior colliculi. Psychonomic Science, 1971, 24, 125-127.
- Arbib, M.A. Brains, machines and mathematics. New-York: McGraw-Hill 1964.
- Arbib, M.A. The metaphorical brain. New-York: Wiley and Sons, 1972.
- Arbib, M.A. Organizational principles for embryological and neurophysiological processes. En M. Conrad y M.E. Magar (eds.), The physical principles of neuronal and organismic behavior. New-York: Gordon and Breach, 1973. Pp. 3-13.
- Arbib, M.A. From automata theory to brain theory. International Journal of Man-Machine Studies, 1975, 7, 279-295.

- Arbib, M.A., Kilmer, W.L. y Spinelli, D.N. Neural models and memory. En M.R. Rosenzweig y E.L. Bennett (eds.), Neural mechanisms of learning and memory. Cambridge, Mass.: MIT, 1976. Pp. 109-132.
- Barlow, H.B. Single units and sensation: a neuron doctrine for perceptual psychology?. Perception, 1972, 1, 371-394.
- Barlow, H.B. Detection of form and pattern by retinal neurons. En M. Conrad, W. Güttinger y Dal Cin (eds.), Physics and mathematics in nervous science. Berlin: Springer-Verlag, 1974. Pp. 205-209.
- Barlow, H.B., Narasimhan, R. y Rosenfeld, A. Visual pattern analysis in machine and animals. Science, 1972, 177, 567-575.
- Bishop, P.O., Coombs, J.S. y Henry, G.H. Interactions effects of visual contours on the discharge frequency of simple striate neurons. Journal of Physiology, 1971, 219, 695-687.
- Bishop, P.O., Coombs, J.S. y Henry, G.H. Receptive fields of simple cells in the cat's striate cortex. Journal of Physiology, 1973, 231, 31-60.
- Blakemore, C. The representation of three-dimensional space in the cat's striate cortex. Journal of Physiology, 1970, 209, 155-178.
- Blakemore, C. Developmental factors in the formation of feature extracting neurons. En F.O. Schmitt y F.G. Worden (eds.), Neuroscience: Third Study Program. Cambridge; Mass.: MIT Press, 1974. Pp. 105-113.
- Blakemore, C. Central visual processing. En M.G. Gazzaniga y Blakemore (eds.), Handbook of Psychobiology. New-Tork: Academic Press, 1975. Pp. 241-268.
- Blakemore, C. y Cooper, G.F. Development of the brain depends on the visual environment. Nature, 1970, 228, 477-478.

- Blakemore, C. y Mitchell, D. Environmental modification of the visual cortex and neural basis of learning and memory. Nature, 1973, 241, 467-468.
- Block, H.D. The perceptron: a model for brain functioning. Reviews of Modern Physics, 1962, 34, 123-135.
- Block, H.D. A review of "perceptron". Information and Control, 1970, 17, 501-522.
- Block, H.D., Knight, B.W. y Rosenblatt, F. Analysis of a four-layers series coupled perceptron. Reviews of Modern Physics, 1962, 34, 135-142.
- Breitmeyer, B.G. y Ganz, L. Implications of sustained and transient channels for theories of visual pattern masking, saccadic suppression and information processing. Psychological Review, 1976, 83, 1-36.
- Bremermann, H. Pattern recognition. En H. Bossel, S. Kiaczko y N. Müller (eds.), Systems theory in the social sciences. Stuttgart: Birkhäuser Verlag, 1976. Pp. 116-159.
- Campbell, A. (Jr.) Deficits in visual learning produced by posterior temporal lesions in cats. Journal of Comparative and Physiological Psychology, 1978, 92, 45-57.
- Cleland, B.G., Dubin, M.W. y Levick, W.R. Sustained and transient neurones in the cat's retina and lateral geniculate nucleus. Journal of Physiology, 1971, 217, 473-496.
- Cleland, B.G., Levick, W.R. y Sanderson, K.J. Properties of sustained and transient ganglion cells in the cat retina. Journal of Physiology, 1973, 228, 649-680.
- Clowes, M.B. Perception, picture processing and computers. En N.L. Collins y D. Michiel (eds.), Machine Intelligence 1. Edinburgh: Oliver and Boyd, 1967. Pp. 181-197.

- Clowes, M.B. Transformational grammars and the organization of pictures. En A. Graselli (ed.), Automatic interpretation and classification of images. New-York: Academic Press, 1969. Pp. 43-78.
- Corcoran, D.W.J. Pattern recognition. Penguin Books, 1971.
- Corsnutt, T.N. Visual perception. New-York: Academic Press, 1970.
- Cowan, J.D. Are there modifiable synapses in the visual cortex? En M.R. Rosenzweig y E.L. Bennett (eds.), Neural mechanisms of learning and memory. Cambridge, Mass.: MIT, 1976. Pp. 133-143.
- Creutzfeldt, O. Functional synaptic organization in the lateral geniculate nucleus and its implications for information transmission. En C. von Euler, S. Skoglund y V. Söderberg (eds.), Structure and function of inhibitory neural mechanisms. Oxford: Pergamon Press, 1968. Pp. 117-122.
- Creutzfeldt, O. D. y Hegelund, P. Neural plasticity in visual cortex of adult cats after exposure to visual patterns. Science, 1975, 188(4192), 1025-1027.
- Creutzfeldt, O.D., Innocenti, G.M. y Brooks, D. Vertical organization in the visual cortex (area 17) in the cat. Experimental Brain Research, 1974, 21, 315-336.
- Creutzfeldt, O.D., Kuhnt, U. y Benevento, L.A. An intracellular analysis of visual cortex neurons to moving stimuli: responses in a cooperative neural network. Experimental Brain Research, 1974, 21, 252-274.
- Didday, R. The simulation and modelling of distributed information processing in the frog visual system. 1970, Thesis doctoral, U. Microfilms International, Ann Arbor, Michigan.

- Didday, R. y Arbib, M.A. Eye movements and visual perception: a "two visual system" model. International Journal of Man-Machine Studies, 1975, 7, 547-569.
- Dowling, J.E. y Boycott, B.B. Organization of the primate retina: electron microscopy. Proceedings of the Royal Society, London, Series B, 1966, 166, 80-111.
- Dreher, B. Hipercomplex cells in the cat's striate cortex. Investigative Ophthalmology, 1972, 11, 563-576.
- Duda, R.O. y Hart, P.E. Pattern classification and scene analysis. New-York: Wiley Interscience, 1973.
- Duke, W.F. N=1. Psychological Review, 1965, 64, 74-79.
- Enroth-Cugell, C. y Pinto, L.H. Algebraic summation of centre and surround inputs to retinal ganglion cells of cats. Nature, 1970, 226, 458-459.
- Enroth-Cugell, C. y Pinto, L.H. Properties of the surround response mechanism of cat retinal ganglion cells and centre - surround interaction. Journal of Physiology, 1972a, 220, 403-439.
- Enroth-Cugell, C. y Pinto, L.H. Pure central response from off-centre and pure surround response from on-centre cells. Journal of Physiology, 1972b, 220, 441-446.
- Enroth-Cugell, C. y Robson, J.G. The contrast sensitivity of retinal ganglion cells of cat. Journal of Physiology, 1966, 187, 517-552.
- Ewert, J.P. The neural basis of visual guided behavior. Scientific American, 1974, 230, 34-42.
- Ewert, J.P. y Von Seelen, W. Neurobiologie und System-Theorie eine visuellen Musterkennungsmechanismus bei Kröten. Kybernetik, 1974, 14, 167-183.
- Fields, P.E. Studies in concept formation. Comparative Psychol. Monog., 1932, 9, Pp. 70.

- Fukada, Y. y Saito, H. The relationship between response characteristic to flicker stimulation and receptive field organization in the cat's optic nerve fibers. Vision Research, 1971, 11, 227-240.
- Fukuda, Y. Differentiation of principal cells of the rat lateral geniculate body in two groups :fast and slow cells. Experimental Brain Research, 1973, 17, 242-260.
- Fukuda, Y. y Stone, J. Retinal distribution and central projections of Y-, X- and W-cells of the cat's retina. Journal of Neurophysiology, 1974, 37, 749-772.
- Gilbert, C.D. y Kelly, J.P. The projections of cells in different layers of the cat's visual cortex. Journal of Comparative Neurology, 1975, 163, 81-106.
- Glezer, V.D., Ivanoff, V.A., Tscherbach, T.A. Investigation of complex and hipercomplex receptive fields of visual cortex of the cats as spacial frequency filters. Vision Research, 1973, 13, 1875-1904.
- Glezer, V.D., Leushina, V.A., Nevskaya, A.A. y Prasdnikova, N.V. Studies on visual pattern recognition in man and animals. Vision Research, 1974, 14, 555-583.
- Glezer, V.D. Nevskaya, A.A. y Prasdnikova, N.V. Information processing in the higher divisions of the visual system and visual image.
- Gose, E.E. Introduction to biological and mechanical pattern recognition. En S. Watanabe (ed.), Methodologies in pattern recognition, New-York: Academic Press, 1969. Pp. 203-252.
- Graham, N. y Rattliff, F. Quantitative theories of the integrative action of the retina. En D.K. Krantz, R.C. Atkinson y R.D. Luce (eds.), Contemporary development in Mathematical Psychology, Vol. III. San Francisco: Freeman and Co., 1974. Pp. 306-371.

- Gregory, R.L. Choosing a paradigm for perception. En E.C. Carterette y M.P. Friedman(eds.) Handbook of perception, Vol I. New-York: Academic Press, 1974. Pp. 225-283.
- Grobstein, P. y Liang Chow, K. Receptive fields development and individual experience. Science, 1975, 190, 352-358.
- Gross, C.G. Inferotemporal cortex and vision. En E. Stellar y J.M. Sprague(eds.), Progress in physiological psychology. New-York: Academic Press, 1973. Pp. 77-123.
- Gross, C.G., Bender, D.B. y Rocha-Miranda, C.E. Visual receptive fields of neurons in inferotemporal cortex of the monkey. Science, 1969, 166, 1303-1306.
- Gross, C.G., Bender, D.B. y Rocha-Miranda, C.E. Inferotemporal cortex: a single-unit analysis. En F.O. Schmitt y F.G. Worden(eds.), Neuroscience: Third Study Program. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1974. Pp. 229-237.
- Grüsser, O.-J. y Grüsser-Cornhels, U. Neurophysiology of the anuran visual system. En R. Llinás y W. Precht(eds.), Frog neurobiology, a handbook. Berlin: Springer-Verlag, 1976. Pp. 297-385.
- Haber, R.N. Information processing. En E.C. Carterette y M.P. Friedman(eds.), Handbook of perception, Vol. I. New-York: Academic Press, 1974. Pp. 313-333.
- Hammon, D. Contrast in spatial organization of receptive fields at geniculate and retinal levels: center surround and other surround. Journal of Physiology, 1973, 228, 115-137.
- Hardmon, L.D. y Lewis, E.R. Neural modeling. Physiological Review, 1966, 46, 513-591.
- Hartline, H.K. The response of single optic nerve fibers of vertebrate eye to illumination of the retina. American Journal of Physiology, 1938, 121, 400-415.

- Hartline, H.K. The receptive field of optic nerve fibers. American Journal of Physiology, 1940, 130, 690-699.
- Hartline, H.K. The neural mechanisms of vision. Harvey Lectures, 1941-42, 37, 39-68.
- Hawkins, J.K. Image processing: a review and projection. En A. Graselli (ed.). Automatic Interpretation and classification of images. New-York: Academic Press, 1969. Pp.
- Hebb, D.O. The organization of behavior. New-York: Wiley and Sons, 1949.
- Henry, G.H. y Bishop, P.O. Striate neurons: receptive fields organization. Investigative Ophthalmology, 1972, 11, 357-368.
- Henry, G.H., Bishop, P.O. y Dreher, B. Orientation, axis and direction as stimulus parameters for striate cells. Vision Research, 1974, 14, 767-777.
- Henry, G.H., Dreher, B. y Bishop, P.O. Orientation specificity of striate units. Journal of Neurophysiology, 1974, 37, 1394-1408.
- Highleyman, W.H. Linear decision functions with application to pattern recognition. Proceedings of the IRE, 1962, 50 1501-1514.
- Hirsch y Spinelli, D.N. Visual experience modifies distribution of horizontally and vertically oriented receptive fields in cats. Science, 1970, 168, 869-871.
- Hochberg, J.E. Perception. : Prentice Hall, 1978 (2^a edición).
- Hoepfner, T.J. Stimulus-analyzing mechanisms in the cat's visual cortex. Experimental Neurology, 1974, 45, 257-267.
- Hoffman, K.P. y Stone, J. Conduction velocity of afferents to cat visual cortex: a correlation with cortical receptive field properties. Brain Research, 1971, 32, 460-466.

- Hubel, D.H. Cortical unit responses to visual stimuli in nonanesthetized cats. American Journal of Ophthalmology, 1958, 46, 110-122.
- Hubel, D.H. Single unit activity in striate cortex of unrestrained cats. Journal of Physiology, 1959, 147, 126-238.
- Hubel, D.H. Single unit activity in lateral geniculate body and optic tract of unrestrained cats. Journal of Physiology, 1960, 150, 91-104.
- Hubel, D.H. The visual cortex of the brain. Scientific American, 1963a, 209(5), 54-62.
- Hubel, D.H. Integrative processing in central visual pathways of the cat. Journal of the Optical Society of America, 1963b, 53, 58-66.
- Hubel, D.H. Specificity of responses of cells in the visual cortex. Journal of Psychiatric Research, 1971, 8, 301-307.
- Hubel, D.H. & Wiesel, T.N. Receptive fields of single neurons in the cat's striate cortex. Journal of Physiology, 1959, 148, 574-591.
- Hubel, D.H. & Wiesel, T.N. Integrative action in the cat's lateral geniculate body. Journal of Physiology, 1961, 155, 385-398.
- Hubel, D.H. & Wiesel, T.N. Receptive fields, binocular interaction and functional architecture in the cat's visual cortex. Journal of Physiology, 1962, 160, 106-157.
- Hubel, D.H. & Wiesel, T.N. Shape and arrangement of columns in cat's striate cortex. Journal of Physiology, 1963a, 165, 559-568.

- Hubel, D.H., Wiesel, T.N. Receptive fields of cells in striate cortex of very young, visually inexperienced kittens. Journal of Neurophysiology, 1963b, 26, 994-1001.
- Hubel, D.H. y Wiesel, T.N. Receptive fields and functional architecture in two nonstriate visual areas (18 and 19) of the cat. Journal of Neurophysiology, 1965, 28, 229-289.
- Hubel, D.H. y Wiesel, T.N. Receptive fields and functional architecture of monkey striate cortex. Journal of Physiology, 1968, 195, 215-243.
- Hubel, D.H. y Wiesel, T.N. Visual areas of the lateral suprasylvian gyrus (Clare-Bishop area) of the cat. Journal of Physiology, 1969, 202, 251-260.
- Hubel, D.H. y Wiesel, T.N. The period of susceptibility to the physiological effects of unilateral eye closure in kittens. Journal of Physiology, 1970, 206, 419-436.
- Hubel, D.H. y Wiesel, T.N. Sequence regularity and geometry of orientation columns in the monkey striate cortex. Journal of Comparative Neurology, 1974a, 158, 267-294.
- Hubel, D.H. y Wiesel, T.N. Uniformity of monkey striate cortex: a parallel relationship between field size, scatter and magnification factor. Journal of Comparative Neurology, 1974b, 158, 295-306.
- Hubel, D.H. y Wiesel, T.N. Ordered arrangement of orientation columns in monkey lacking visual experience. Journal of Comparative Neurology, 1974c, 158, 307-318.
- Hubel, D.H. y Wiesel, T.N. Functional architecture of macaque monkey visual cortex. Proceedings of the Royal Society, London, Series B, 1977, 198, 1-59.
- Hunt, E.B. Artificial Intelligence. New-York; Academic Press, 1975.

- Ikeda, H. y Wright, M. J. Receptive field organization of "sustained" and "transient" retinal ganglion cells which subserve different functional roles. Journal of Physiology, 1972, 127, 769-800.
- Ikeda, H. y Wright, M. J. Evidence for "sustained" and "transient" neurons in the cat's visual cortex. Vision Research, 1974, 14, 133-136.
- Ikeda, H. y Wright, M. J. Spatial and temporal properties of "sustained" and "transient" neurones in area 17 of the cat's visual cortex. Experimental Brain Research, 1975a, 22, 363-383.
- Ikeda, H. y Wright, M. J. Retinotopic distribution, visual latency and orientation tuning of "sustained" and "transient" cortical neurones in area 17 of the cat. Experimental Brain Research, 1975b, 22, 385-398.
- Ingle, D. Visual releasers of prey-catching behavior in frog and toads. Brain
- Ingle, D. J. Discrimination of edge orientation by frogs. Vision Research, 1971, 11, 1365-1367.
- John, E. R. y Schwartz, E. L. The neuropsychology of information processing and cognition. Annual Review of Psychology, 1978, 29, 1-29.
- Joseph, P. On predicting perceptron performance. IRE International Convention Records, 1962, 8, 71-77.
- Kaji, S., Yamane, S., Yoshimura, M. y Sugie, N. Contour enhancement of two-dimensional figures observed in the lateral geniculate cells of the cats Vision Research, 1974, 14, 113-117.

- Kaylor, D.J. A mathematical model of a two-layer network of threshold elements. Technical Documentary Report No RADC-TDC-63-534 Rome Air Development Center, DDC, Cameron Station, Alexandria, Virginia, Marzo, 1964.
- Keller, H.B. Finite automata, pattern recognition and perceptrons. Journal of the Association for Computing Machinery, 1961, 8, 1-20.
- Kelly, J.y Van Essen, D. Correlation of cell shape and function in the visual cortex of the cat, Nature, 1973, 241, 403-405.
- Kelly, J.y Van Essen, D. Cell structure and function in the visual cortex of the cat, Journal of Physiology, 1974, 238, 515-547.
- Kitter, J. Mathematical methods of feature selection in pattern recognition. International Journal of Man-Machine Studies, 1975, 7, 609-637.
- Kleene, S.C. Representation of events in nerve nets and finite automata. En C.E. Shannon y McCarthy (eds.), Automata Studies. Princeton: Princeton University Press, 1956, Pp. 3-91.
- Konorski, J. Integrative Activity of the brain. An Interdisciplinary approach. Chicago: U. Chicago Press, 1967.
- Kuffler, S.W. Discharge pattern and functional organization of mammalian retina. Journal of Neurophysiology, 1953, 16, 37-68.
- Kuffler, S.W.y Nichols, J.G. From neuron to brain. Sunderland, Mass.: Sinauer A.I.P., 1977.
- Leibovitz, H.M.y Harvey, L.O. Perception. Annual Review of Psychology, 1973, 24, 207-239.
- Lettvin, J.Y., Maturana, M.R., McCulloch, W.S.y Pitts, W.H. What the frog's eye tells the frog's brain. Proceeding

- of the Institute of Radio Engineers, 1959, 47, 1940-1951.
- Lettvin, J.Y., Maturana, M.R., Pitts, W.H. y McCulloch, W.S. Two remarks on the visual system of the frog. En Rosenblitt (ed.), Sensory Communication. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1961. Pp. 757-776.
- Lindsay, P.H. y Norman, D.A. Human information processing, New-York: Academic Press, 1977 (2^a edición).
- Markuska, J. Visual properties of neurons in the posterior suprasylvian gyrus of the cat. Experimental Neurology, 1978, 59, 146-161.
- Marr, O. A theory of cerebellar cortex. Journal of Physiology, 1969, 202, 437-470.
- Maturana, H.R., Lettvin, J.Y., McCulloch, W.S. y Pitts, W.H. Anatomy and physiology of vision in the frog (*rana pipiens*). Journal of General Physiology, 1960, 43 (supl.), 129-175.
- McAllister, W.G. y Berman, H.D. Visual form discrimination in the domestic cat. Journal of Comparative Psychology, 1931, 12, 207-241.
- McCulloch, W.S. y Pitts, W.H. A logical calculus of the ideas immanent in nervous activity. Bulletin of Mathematical Biophysics, 1943, 5, 115-133.
- Metzler, J. y Spinelli, D.N. Cortical development and perceptual invariance. En J. Metzler (ed.), Systems Neuroscience. New-York: Academic Press, 1977. Pp. 25-54.
- Miller, A. y Johnson-Laird, P.H. Language and Perception. Cambridge: Cambridge University Press, 1976.
- Minsky, M. Some universal elements for finite automata. En C.E. Shannon y J. McCarthy (eds.), Automata Studies. Princeton: Princeton University Press, 1956, Pp. 117-128.

- Minsky, M. A framework for representing knowledge. In P.H. Winston (ed.), The Psychology of computer vision. New-York: McGraw-Hill, 1975. Pp. 211-277.
- Minsky, M. y Patert, S. Perceptrons, an introduction to computational geometry. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1969.
- Monnier, M. Functions of the Nervous System, Vol. 3. Amsterdam: Elsevier Scientific Publish., 1975.
- Moore, D.J.H., Seidl, R.A. y Parker, D.J. A configurational theory of visual perception. International Journal of Man-Machine Studies, 1975, 7, 449-509.
- Muir, D.W. y Mitchell, D.E. Behavioral deficits in cats following early selected visual exposure to contours of a single orientation. Brain Research, 1975, 85, 459-477.
- Muller, F.J. y Taylor, W.K. A comparative study of electronic and neural networks involved in pattern recognition. Journal of Theoretical Biology, 1973, 41, 97-118.
- Mycielsky, J. Book reviews: Perceptron, an introduction to computational geometry. Bulletin of the American Mathematical Society, 1972, 78, 12-15.
- Nass, M.N. y Cooper, L.N. A theory for development of feature detecting cells in visual cortex. Biological Cybernetics, 1975, 19, 1-18.
- Neisser, U. Cognitive Psychology. New-York: Appleton, 1967.
- Nelson, R., Famiglietti, E.V., y Kolb, H. Intracellular staining reveals different levels of stratification for ON and OFF-center ganglion cells in cat retina. Journal of Neurophysiology, 1978, 41, 472-483.
- Nevell, A. A step toward the understanding of information processes. Science, 1969, 165, 780-782.
- Nilsson, N. Learning machines. New-York: McGraw-Hill, 1965.

- Noton, D. y Stark, L. Eye movements and visual perception. Scientific American, 1971, 224, 34, 35-43.
- Novikoff, A.B.J. On convergence proofs for perceptrons. Stanford Research Institute Report, No. 3438(00), Enero, 1963.
- Papert, S. y Voyat, G. A propos du perceptron: "qui a besoin de l'epistemologie?". En G. Cellerier, S. Papert y G. Voyat (eds.), Cibernetique et Epistemologie. Paris: PUF, 1968.
- Pettigrew, J.D. The effect of visual experience of developments of stimulus especificity by kitten cortical neurones. Journal of Physiology, 1974, 237, 49-74.
- Phaffelhuber, E. Mathematical learning models and neural networks. Journal of Theoretical Biology, 1973, 40, 63-76.
- Pollen, D.A. y Taylor, J.H. The striate cortex and spatial analysis of visual space. En F.O. Schmitt y F.G. Worden (eds.), The Neuroscience: Third Study Program. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1974. Pp. 239-247.
- Pribram, K.H. The language of the brain. : Prentice Hall, 1971.
- Revesz, G. Experimental study of abstraction in monkeys. Journal of Comparative Psychology, 1925, 5, 293-343.
- Reed, S.K. Psychological processes in pattern recognition. New-York: Academic Press, 1973.
- Robson, J.C. Receptive fields: neural representation of the spatial and intensive attributes of visual images. En E.C. Carterette y M. Friedman (eds.), Handbook of perception, Vol V. New-York: Academic Press, 1975. Pp. 81-116.
- Rodieck, R.W. Quantitative analysis of the cat retinal ganglion cell response to visual stimuli. Vision Research, 1965, 5, 583-601.

- Rodieck, R.W. The vertebrate retina. San Francisco: Freeman and Co., 1973.
- Rodieck, R.W. y Stone, J. Response of cat retinal ganglion cells to moving visual patterns. J. Neurophysiology, 1965a, 28, 819-832.
- Rodieck, R.W. y Stone, J. Analysis of receptive fields of the cat retinal ganglion cells. Journal of Neurophysiology, 1965b, 28, 833-849.
- Rose, D. The hypercomplex cell classification in the cat's striate cortex. Journal of Physiology, 1974, 242, 123P-125P.
- Rosenblatt, F. The perceptron: a peceiving and recognizing automaton. Project PARA, Cornell Aeronautical Laboratory Report 85-460-1, Enero, 1957.
- Rosenblatt, F. The perceptron: a prbabilistic model for information storage and organization in the brain. Psychological Review, 1958, 65, 386-408.
- Rosenblatt, F. On the convergence of reinforcement procedures in simple perceptrons. Cornell Aeronautical Laboratory Report VG-1196-G-4, Febrero, 1960.
- Rosenblatt, F. Principles of Neurodynamics. Perceptrons and the theory of brain mechanims. Washington, D.C.: Spartan Books, 1961.
- Rothblat, L.A. y Swartz, M.L. Altered early environment: effects on the brain and visual behavior. En R.D. Walk y H.L. Pick, Jr. (eds.), Perception and experience. New-York: Plenum Press, 1978. Pp. 7-36.
- Rudock, K.H. Visual form perception. Contemporary Physics, 1975, 16, 317-384.
- Rumelhart, D.E. Human information processing. New-York: John Wiley and Sons, 1977.

- Samuel, A.L. Some studies in machine learning using the game of checkers. IBM Journal of Research and Development, 1959, 3, 210-223.
- Schiller, P.H., Finlay, B.L. y Volman, S.F. Quantitative studies of single-cell properties in monkey striate cortex I-Spatiotemporal organization of receptive field. Journal of Neurophysiology, 1976a, 39, 1288-1319.
- Schiller, P.H., Finlay, B.L. y Volman, S.F. Quantitative studies of single-cell properties in monkey striate cortex II-Orientación specificity and ocular dominance. Journal of Neurophysiology, 1976b, 39, 1320-1333.
- Schiller, P.H., Finlay, B.L. y Volman, S.F. Quantitative studies of single-cell properties in monkey striate cortex III- Spatial frequency. Journal of Neurophysiology, 1976c, 39, 1334-1351.
- Schiller, P.H., Finlay, B.L. y Volman, S.F. Quantitative studies of single-cell properties in monkey striate cortex V-Multivariate statistical analysis and models. Journal of Neurophysiology, 1976d, 39, 1362-1347.
- Scott, A.C. Neurodynamics: a critical survey. Journal of Mathematical Psychology, 1977, 15, 1-15.
- Sekuler, R. Spatial vision. Annual Review of Psychology, 1974, 25, 195-232.
- Sillito, A.M. The spatial extent of excitatory and inhibitory zones in the receptive field of superficial layers hypercomplex cells. Journal of Physiology, 1977, 273, 791-803.
- Sillito, A.M. y Versiani, V. The contribution of excitatory and inhibitory inputs to the length preference of hypercomplex cells in layers II y III of the cat's striate cortex. Journal of Physiology, 1977, 273, 775-790.

- Singer, W. Modification of orientation and direction selectivity of cortical cells in kittens with monocular vision. Brain Research, 1976, 118, 460-468.
- Singer, W. Pöppel, E. y Creutzfeldt, O. Inhibitory interaction in cat's lateral geniculate nucleus. Experimental Brain Research, 1972, 14, 210-226.
- Singleton, R. C. A test for linear separability as applied to self-organizing machines. En M. C. Yovitts et al. (eds.), Self-organizing systems. Washington: Spartan Books, 1962. Pp. 503-524.
- Smith, K. U. Visual discrimination in the cat: I. The capacity of the cat for visual figure discrimination. Journal of Genetic Psychology, 1934, 44, 301-320.
- Smith, K. U. Visual discrimination in the cat: II. A further study of the capacity of the cat for visual figure discrimination. Journal of Genetic Psychology, 1934, 46, 336-357.
- Smith, K. U. Visual discrimination in the cat: III. The relative effect of paired and unpaired stimuli in the discriminative behavior of the cat. Journal of Genetic Psychology, 1936, 48, 29-57.
- Sokolov, E. N. Brain functions: neuronal mechanisms of learning and memory. Annual Review of Psychology, 1977, 28, 85-112.
- Sperry, R. W., Miner, N. y Myers, R. E. Visual pattern perception following subpial slicing and tantalum wire implantations in the visual cortex. Journal of Comparative and Physiological Psychology, 1955, 48, 50-58.
- Spinelli, D. H., Hirsch, H. V. B., Phelps, R. W. y Metzler, J. Visual experience as a determinant of the response characteristics of cortical receptive fields in cats. Experimental Brain Research, 1972, 15, 289-304.

- Stone, J. Morphology and physiology of the geniculocortical synapse: in the cat: the question of parallel input to the striate cortex. Investigative Ophthalmology, 1972, 11, 338-346.
- Stone, J., y Dreher, B. Projections of X- and Y-cells of the cat's lateral geniculate nucleus to area 17 and 18 of visual cortex. Journal of Neurophysiology, 1973, 36, 551-567.
- Suppes, P., y Rottmayer, W. Automata. En E.C. Carterette y M. Friedman (eds.), Handbook of perception. Vol. I. New-York: Academic Press, 1974. Pp. 335-362.
- Sutherland, N.S. Visual discrimination of shape by octopus: circles and squares, and circles and triangles. Quarterly Journal of Experimental Psychology, 1958, 10, 40-47.
- Sutherland, N.S. Visual discrimination of shape by octopus: square and rectangles. Journal of Comparative and Physiological Psychology, 1960, 53, 95-103.
- Sutherland, N.S. Cat's ability to discriminate oblique rectangles. Science, 1963a, 139, 209-210.
- Sutherland, N.S. Shape discrimination and receptive fields. Nature, 1963b, 197, 118-122.
- Sutherland, N.S. Visual discrimination in animals. British Medical Bulletin, 1964a, 20, 54-59.
- Sutherland, N.S. The learning of discrimination by animals. Endeavour, 1964b, 23, 148-152.
- Sutherland, N.S. Outlines of a theory of visual pattern recognition in animals and man. Proceedings of the Royal Society, London, Series B, 1968, 171, 297-317.
- Sutherland, N.S. Outlines of a theory of visual pattern recognition in animals and man. En R.M. Gilbert y N.S. Sutherland (eds.), Animal discrimination learning. New-York: Academic Press, 1969b. Pp. 385-411.

- Sutherland, N.S. Shape discrimination in rat, octopus and goldfish. A comparative study. Journal of Comparative and Physiological Psychology, 1969a, 67, 160-176.
- Sutherland, N.S. Discrimination of circles and squares with and without knobs by goldfish. Quarterly Journal of Experimental Psychology, 1969c, 21, 330-338.
- Sutherland, N.S. Object recognition. En E.C. Carterette y M. Friedman (eds.), Handbook of perception. Vol. III. New-York: Academic Press, 1973. Pp. 157-185.
- Sutherland, N.S. y McKintosh, N.J. Mechanisms of animal discrimination learning. New-York: Academic Press, 1971.
- Sutherland, N.S. y Williams, C. Discrimination of checkerboard patterns by rats. Quarterly Journal of Experimental Psychology, 1969, 21, 77-84.
- Szentágothai, J. The neuron network of the cerebral cortex: a functional interpretation. Proceeding of the Royal Society, London, Series B, 1978, 201, 219-248.
- Szentágothai, J. y Arbib, M.A. Conceptual models of neural organization. Neuroscience Research Bulletin, 1974, 12, N°3
- Taylor, J.G. Neural network and the brain. En M. Conrad, W. Güttin y Dal Cin (eds.), Physics and mathematics of the nervous system. Berlin: Springer Verlag, 1974. Pp. 230-253.
- Thomas, J.P. Model of the function of receptive fields in human vision. Psychological Review, 1970, 77, 121-134.
- Thompson, W.R. Discrimination behavior of the cat after selective ablation of visual cortical areas. Tesis doctoral no publicada, 1951. U. Microfilms International, Ann Arbor, Michigan.
- Thorndike, E.L. Psychology of learning. New-York: Teach. Coll. Columbia U., 1913.

- Von Fleant, K. y Moustgaard, I. K. The Perceptual World. New-York: Academic Press, 1977.
- Von der Malsburg, C. Self-organization of orientation sensitive cells in striate cortex. Kybernetik, 1973, 14, 85-100.
- Von Frisch, K. La vida de las abejas. Barcelona: Labor, 1976. Traducción castellana de: Aus dem Leben der Bienen. Berlin: Springer Verlag, 1969 (1ª edición: 1927).
- Von Neuman, J. The computer and the brain. New Haven, Conn.: Yale University Press, 1958.
- Wässle, H. y Creutzfeldt, O. D. Spatial resolution in visual systems: a theoretical and experimental study on single units in the cat's lateral geniculate body. Journal of Neurophysiology, 1973, 36, 13-27.
- Weinstein, N. Beyond the yellow-Volkswagen detector and the grandmother cell: a general strategy for the exploration of operations in human pattern recognition. En R. L. Solso (ed.), Contemporary issues in cognitive psychology. The Loyola Symposium. Washington: V. H. Winston and Sons., 1973. Pp. 17-51.
- Wiesel, T. N. Receptive fields of ganglion cells in the cat's retina. Journal of Physiology, 1960, 153, 583-594.
- Wiesel, T. N. y Hubel, D. H. Extent of recovery from the effects of visual deprivation in kittens. Journal of Neurophysiology, 1965, 28, 1060-1072.
- Winder, R. O. Threshold logic and artificial intelligence. Artificial Intelligence IEEE Publ., 1963, S-142, 107-128.
- Wright, M. J. y Ikeda, H. Processing of spatial and temporal information in the visual system. En F. O. Schmitt y F. G. Worden (eds.), The Neuroscience: Third Study Program. Cambridge, Mass.: MIT Press, 1974. Pp. 115-122.

- Yamashita, K. y Hama, H. On the theory in feature extraction for geometrical patterns (Part. I). En R. Trappl y G. Pask (eds.), Progress in Cybernetics and Systems Research, Vol. IV. New-York: Wiley and Sons, 1978. Pp. 462-483.
- Young, T. Y. y Calvert, T. W. Classification, estimation and pattern recognition. New-York: Elsevier Publish. Co., 1974.
- Zusne, L. Visual perception of form. New-York: Academic Press, 1970.

Addendum

- Murray Sherman, S., Watkins, D. W. y Wilson, J. R. Further differences in receptive field properties of simple and complex cells in cats striate cortex. Vision Research, 1976, 16, 919-927

000264

APENDICE :
NOTACION.

000265

R retina
 $|R|$ número de puntos de la retina igual a $N \times N = n$
 x_i i -ésimo componente de x ; i -ésimo punto de R , $i=1, 2, \dots, n$
 \mathcal{R} familia de retinas
 X patrón
 χ_X función característica del patrón
 x vector del patrón X , de n dimensiones cuyos componentes son x_i
 F familia de patrones; $F = \{X/X \text{ tiene la propiedad } P\}$
 $\hat{x} = \begin{pmatrix} x \\ 1 \end{pmatrix}$ vector aumentado
 ψ predicado o función cuyo dominio es todo R ; función de decisión de un perceptrón
 $\Phi = \{\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m\}$ familia de predicados parciales
 φ predicado parcial
 m número de predicados parciales; número de φ_j funciones de una Φ -máquina (en el apartado 3)
 j una cualquiera de ellas (en el apartado 3); una cualquiera de las células del nivel \mathcal{N} (en el apartado 5)
 $S(\varphi_i)$ soporte del predicado parcial; conjunto de puntos de la retina de los que cualquier función o predicado parcial depende para su cálculo
 \mathcal{P} perceptrón que realiza
 λ función escalonada; $\lambda(z) = \begin{cases} 1 & \Leftrightarrow z > 0 \\ 0 & \Leftrightarrow z \leq 0 \end{cases}$
 α vector de pesos de un perceptrón $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_m)$
 θ umbral
 $\hat{\alpha}$ vector de pesos aumentado; $\hat{\alpha} = (\alpha, \theta)$
 $\varphi(x)$ vector cuyos componentes son $\varphi_1(x), \varphi_2(x), \dots, \varphi_m(x)$

000266

- $\hat{\varphi}(x) = \begin{pmatrix} \varphi(x) \\ 1 \end{pmatrix}$ vector (x) aumentado
- $L(\Phi)$ Conjunto de predicados lineales con respecto a Φ
- k orden de \mathcal{P}
- \mathcal{X} Conjunto de patrones; conjunto de vectores de los patrones $\mathcal{X} = \{x_1, x_2, \dots, x_L\}$
- $\hat{\mathcal{X}}$ conjunto de vectores patrones aumentados $\hat{\mathcal{X}} = \{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots\}$
- L número total de patrones de \mathcal{X} o número de vectores patrones
- C número de clases o categorías
- s una cualquiera de ellas ; $s=1, 2, \dots, C$
- Ω_x espacio de patrones; en este trabajo , $\Omega_x = R$
- Ω_s región de decisión de la categoría s
- d_s función discriminante para la categoría s
- δ función de decisión
- a_s vector de pesos de la función discriminante lineal para la categoría s ; $a_s = (a_{s1}, a_{s2}, \dots, a_{sn})$
- \hat{a}_s vector de pesos aumentado; $\hat{a}_s = (a_s, a_{s0})$
- a_{s0} umbral para la categoría s
- $f(x)$ función de umbral
- TLU unidad lógica de umbral
- Φ -función función que es lineal en sus parámetros
- D_s función discriminante que es Φ -función para la categoría s
- ϕ_j funciones que intervienen en D_s
- $\Phi(x)$ vector cuyos componentes son $\phi_1(x), \phi_2(x), \dots, \phi_m(x)$
- $\hat{\Phi}(x)$ vector aumentado
- L-máquina máquina con niveles compuesta de TLU interconectadas
- M número total de niveles de una L-máquina
- \mathcal{N} uno cualquiera de ellos; $\mathcal{N}=1, 2, \dots, M$

000267

- n_0 número de dimensiones en una L-máquina del espacio de patrones original
- $n_{\mathcal{N}}$ número de dimensiones del espacio ; número de TLU del nivel \mathcal{N}
- $x^{(\mathcal{N})}$ vector cuyos componentes son las salidas de las TLU del nivel \mathcal{N}
- $S_{\hat{x}}$ secuencia de entrenamiento con vectores aumentados
 $S_{\hat{x}}: \hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_L, \hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots$
- $\hat{y} = \begin{cases} \hat{x} & \text{si } x \in \Omega_1 \\ -\hat{x} & \text{si } x \in \Omega_2 \end{cases}$
- $S_{\hat{y}}$ secuencia de entrenamiento con vectores \hat{y}
- \hat{w} vector solución (que incluye el umbral); $\hat{w} = (w_1, w_2, \dots, w_m, w_0)$
- $S_{\hat{w}}$ secuencia de vectores de pesos
- k_0 índice finito para el que $\hat{w}(k_0)$ es un vector solución; número de pasos hasta alcanzar la solución con el algoritmo (19)
- $\mathcal{C}(i, \mathcal{N})$ célula i-ésima del nivel \mathcal{N} , $\mathcal{N} = 1, 2, \dots, 6$
- $\mathcal{C}(j, \mathcal{N}+1)$ célula j-ésima del nivel $\mathcal{N}+1$
- n_j número de células del nivel que envían sus output a la j-ésima célula del nivel +1
- ω_{ji} peso de la sinapsis de la i-ésima célula del nivel sobre la j-ésima célula del nivel +1
- μ_1 célula ganglionar retineana
- $g_{i,ON}$ célula ganglionar retineana de centro ON
- $g_{i,OFF}$ célula ganglionar retineana de centro OFF
- $I(x, y)$ función de luminancia; en este trabajo $I(x, y) = \chi_x$
- G_i célula del cuerpo geniculado lateral
- S_i célula de campo simple
- $\gamma_{j,i}$ peso de la sinapsis de G_i sobre S_j
- S_{ON} ó SON célula S detector de rectángulos de luz o rendija

000268

S_{OFF} ó $SOFF$ célula S detector de barras oscuras
SBD célula S detector de bordes iluminados en la parte derecha
SBI célula S detector de bordes iluminados en la parte izquierda
 C_i célula de campo complejo
 $\delta_{j,i}$ peso de la sinapsis de S_i sobre C_j
CB célula de campo complejo detector de barras oscuras;
en simulación CBAR
CR ó CREND célula C detector de rendijas o barras de luz
CBD célula C detector de bordes con la parte derecha iluminada
CBI célula C detector de bordes con la parte izquierda iluminada
HI célula hipercompleja de orden inferior
 $\epsilon_{j,i}$ peso de la sinapsis de la célula C_i sobre HI_j
HIESQA célula HI que detecta esquinas A
HIESQB célula HI que detecta esquinas B
HIESQE célula HI que detecta esquinas E
HIESQF célula HI que detecta esquinas F
HILD célula HI que detecta lengüetas cuyo borde tiene la iluminación a la derecha
HILI que detecta lengüetas cuyo borde está iluminado en la parte izquierda
HILBD y HILBI, en simulación
HIB célula HI que detecta barras oscuras
HIR célula HI que detecta rendijas de luz
HS célula hipercompleja de orden superior
 $\mu_{j,i}$ peso de la sinapsis de HI_i sobre HS_j

000269

HSESQ célula HI detector de esquinas
HSL " " " " lengüetas
HSB " " " " barras oscuras
HSR " " " " rendijas
GANGLI subprograma para células gaglioneares
DCG anchura de la región central de g_i y de G_i
DPG anchura de la región periférica de g_i y de G_i
SIMPLE subprograma para las células simples
NG número de las células G que inciden sobre cada S
P1=3
P2=7
DG distancia entre G_i sucesivas que inciden en la misma S_j
TS umbral (en simulación)para las células S
TSB umbral (en simulación)para las células S detectoras de bordes
COMPLE subprograma para las células complejas
NS número de S que inciden en cada C
DS distancia entre S_i sucesivas que inciden en la misma C_j
TC umbral para las células C
DC distancia entre los centros de dos g_i sucesivas de dos C sucesivos
HIPINF subprograma para las HI
HIPSUP subprograma para las HS
THS umbral para las HS
V vector de treinta y seis componentes que es la salida del selector de rasgos para un patrón X
V vector aumentado
SEPLIN subprograma de separación lineal o aprendizaje

